

**ADRIANO NOGUEIRA DE ASSIS**

**MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO DE DOSAGEM DE  
MATÉRIAS-PRIMAS NA PRODUÇÃO DE CIMENTO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Ciência da Computação.

UNIVERSIDADE PRESIDENTE ANTÔNIO CARLOS

Orientador: Prof. Gustavo Campos Menezes

**BARBACENA**

2005

**ADRIANO NOGUEIRA DE ASSIS**

**MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO DE DOSAGEM DE  
MATÉRIAS-PRIMAS NA PRODUÇÃO DE CIMENTO**

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado à obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação e aprovado em sua forma final pelo Curso de Ciência da Computação da Universidade Presidente Antônio Carlos.

Barbacena – MG, 30 de junho de 2005.

---

Prof. Gustavo Campos Menezes - Orientador do Trabalho

---

Prof. Eduardo Macedo Bhering - Membro da Banca Examinadora

---

Prof. Luís Augusto Matos - Membro da Banca Examinadora

## **AGRADECIMENTOS**

*Agradeço primeiramente a Deus, a todos que contribuíram para a elaboração deste trabalho e especialmente aos meus pais e familiares.*

## RESUMO

O cimento portland, material que ao entrar em contato com a água endurece e apresenta elevada resistência mecânica, resulta da moagem de gesso com um produto denominado clínquer, obtido pelo cozimento de material cru composto de calcário e argila convenientemente dosado e homogeneizado, denominado farinha.

Durante a produção da farinha, o controle da dosagem de matérias-primas é baseado em conhecimento empírico e fica sob responsabilidade de um analista de laboratório, de modo a obter a qualificação satisfatória, segundo a especificação do produto. Devido à ação humana é possível a ocorrência de erros nesta análise, o que pode comprometer todo processo.

Este trabalho apresenta um modelo que busca otimizar a dosagem de matérias-primas, auxiliando o analista em sua tomada de decisão quanto à quantidade necessária de cada matéria-prima para a produção da farinha, de maneira que se obtenha um produto de qualidade com menor custo. Todas as operações utilizadas são fundamentadas nos conceitos da pesquisa operacional.

**Palavras-chave:** cimento, farinha, modelagem matemática, programação linear.

## SUMÁRIO

<u>FIGURAS.....</u>	<u>6</u>
<u>TABELAS.....</u>	<u>7</u>
<u>1 INTRODUÇÃO.....</u>	<u>8</u>
<u>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</u>	<u>11</u>
<u>3 DESENVOLVIMENTO.....</u>	<u>25</u>
<u>4 SIMULAÇÃO.....</u>	<u>34</u>
<u>5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....</u>	<u>36</u>
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u>	<u>38</u>
<u>ANEXO A – COMPONENTES DO CLÍNQUER DE CIMENTO PORTLAND.....</u>	<u>39</u>

## FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma do processo de produção de cimento.....	12
Figura 2 - Dimensões de complexidade de modelos e Espaço viável para atuação dos modelos de otimização.....	16
Figura 3 - O processo de construção de modelos.....	19
Figura 4 - Fluxograma do método simplex.....	30
Figura 5 - Planilha de entrada de dados “METOOR”.....	31

Figura 6 - Planilha de saída de dados “RESULTADOS”.....	32
---	----

## TABELAS

Tabela 1 – Tabela auxiliar para controle de adição de matérias-primas.....	14
Tabela 2 – Matérias-primas e suas características.....	25
Tabela 3 – Parâmetros da farinha.....	25
Tabela 4 – Definição das variáveis de decisão.....	26
Tabela 5 – Comparativo entre tomadas de decisão do analista <i>versus</i> modelo.....	34

# **1 INTRODUÇÃO**

Um dos processos mais importantes da fabricação de cimento é a dosagem adequada de matérias-primas para obtenção de uma mistura crua de calcário e argila denominada farinha. A produção da farinha é fator determinante na qualidade final do cimento, pois é com base no tipo de cimento que será fabricado é que se determinam os parâmetros de qualidade da mistura. Além de determinar a qualidade do produto final, a qualidade da farinha é muito importante em relação ao processo de produção, pois alguns de seus parâmetros determinam características importantes do processo produtivo.

A dosagem adequada de matérias-primas para obtenção da farinha é monitorada de hora em hora, através de amostras que são analisadas em laboratório. De acordo com a especificação da farinha e os resultados obtidos, o analista altera a quantidade de cada matéria-prima que será utilizada na produção durante a próxima hora, até que se alcance os teores desejados para o produto.

As especificações das matérias-primas e da farinha são definidas pelos engenheiros químicos responsáveis de acordo com as condições do processo produtivo e a qualidade desejável do cimento a ser produzido.

## **1.1 OBJETIVOS**

Este trabalho tem por objetivo determinar um modelo matemático para a determinação automática da quantidade de matérias-primas a serem utilizadas na dosagem para obtenção da farinha crua. Todas as operações utilizadas são fundamentadas nos conceitos da pesquisa operacional de modo que se consiga obter uma mistura mais uniforme e que utilize a menor quantidade possível das matérias-primas de custo mais elevado. Várias restrições serão utilizadas para a formulação do modelo matemático para que se consiga a representação adequada.

Usando um modelo adequado de acordo com a especificação da farinha e matérias-primas disponíveis, espera-se orientar o analista sobre as quantidades necessárias para se conseguir a mistura desejada, minimizando o custo final da produção.

## **1.2 MOTIVAÇÕES**

O controle de dosagem embasado em conhecimento empírico pode ser substituído por um modelo matemático devidamente desenvolvido e testado, que pode oferecer uma maior confiabilidade e economia na produção. A sobrevivência das empresas hoje depende da qualidade de seus produtos bem como do custo de produção dos mesmos, o que tem motivado a busca por novas tecnologias embasadas em dados que buscam automatizar cada vez mais os processos industriais.

Com o desenvolvimento de um modelo matemático, que tem custo muito baixo, pode-se melhorar o processo de produção da farinha, reduzindo significativamente os custos envolvidos, com a minimização de falhas nas etapas de dosagem e fabricação.

## **1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: o capítulo 1 introduz o problema. Cita as motivações que levaram à elaboração deste trabalho e os seus objetivos.

O Capítulo 2 fornece a base necessária para o entendimento do processo de fabricação e dos métodos utilizados para a automatização da dosagem de matérias-primas, explicando os principais conceitos utilizados para o desenvolvimento do modelo matemático.

O Capítulo 3 descreve os métodos utilizados para a modelagem do problema. Este capítulo enfoca a abordagem utilizada para a modelagem e algoritmos utilizados para a resolução do modelo.

O Capítulo 4 descreve o processo de validação do modelo matemático durante os testes realizados, apresenta e analisa os resultados obtidos.

Finalmente, o Capítulo 5 apresenta as conclusões e dá algumas diretrizes para trabalhos futuros.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

A produção de cimento envolve um complexo processo produtivo que não é de conhecimento comum, assim como o processo de modelagem de problemas. Portanto, neste

capítulo serão abordados os assuntos relacionados ao processo de produção e controle de qualidade da farinha e aos métodos utilizados para a construção do modelo matemático.

## 2.1 PRODUÇÃO DA FARINHA

A farinha é uma mistura de calcário e argila convenientemente dosada e homogeneizada, de tal forma que toda a cal se combine com os compostos argilosos, sem que, depois do cozimento, resulte cal livre em quantidade prejudicial. **[Pet 98]**. Em casos particulares, utilizam-se, ainda, minérios silicosos, aluminosos ou mesmo ferríticos, para correção da matéria-prima. **[Shu 86]**.

As matérias-primas, em proporções pré-determinadas são enviadas ao moinho de cru (moinhos, de bolas, de barras, de rolos) onde se processa o início da mistura íntima das matérias-primas e, ao mesmo tempo, a sua pulverização, de modo a reduzir o diâmetro das partículas a 0,050mm, em média. **[Bat 85]**.

A Figura 1 mostra um fluxograma com todo o processo de produção de cimento, desde a extração até a expedição. O processo envolvido neste trabalho é o de número 4, dosagem.

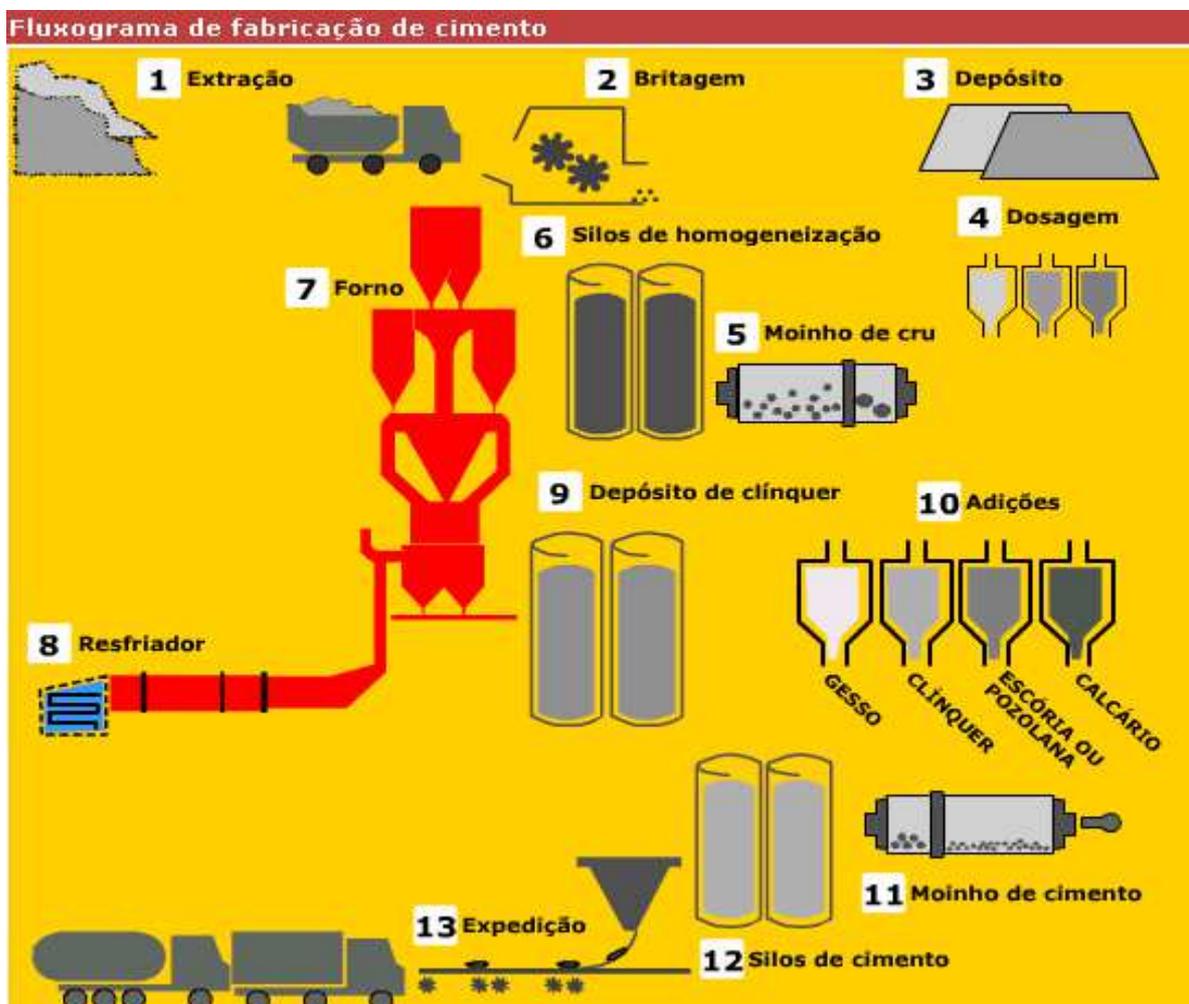


Figura 1 – Fluxograma do processo de produção de cimento

A determinação da porcentagem de cada matéria-prima na mistura crua depende essencialmente da composição química das matérias-primas e da composição que se deseja obter para o cimento portland, quando terminado o processo de fabricação. **[Bat 85]**.

Os compostos  $C_3S$ ,  $C_3A$  e  $MS$  são utilizados para controle da qualidade da farinha. O cálculo dos compostos, a partir da análise química em óxidos, é usualmente feito pelo método de Bogue **[Pet 98]**. Estes compostos são definidos por relações que podem ser vistas em detalhes no Anexo A.

Os componentes principais, cuja determinação é feita a partir de uma análise química, são: cal ( $CaO$ ), sílica ( $SiO_2$ ), alumina ( $Al_2O_3$ ), óxido de ferro ( $Fe_2O_3$ ), magnésia ( $MgO$ ), álcalis ( $Na_2O$  e  $K_2O$ ) e sulfatos ( $SO_3$ ). **[Pet 98]**.

O  $C_3S$ , Silicato Tricálcico, abreviação de  $3CaO.SiO_2$  é o principal mineral de clínquer, ele regula no produto final a resistência inicial (resistência obtida nos primeiros dias da mistura com água) do cimento obtido **[Div 05]**.

O  $C_3A$ , Aluminato Tricálcico, abreviação de  $3CaO.Al_2O_3$ , colabora moderadamente com as resistências, e num prazo muito curto. É muito sensível aos sulfatos em geral (terrenos sulfatados) com os quais reaciona dando lugar a produtos expansivos: Ettringita, Sal de Candlot – “o bacilo do cimento” – os quais provocam a destruição do concreto – perda de durabilidade. Os cimentos com baixo teor de  $C_3A$  são chamados RESISTENTES A SULFATOS (RS). **[Div 05]**.

O  $MS$ , Módulo de Sílica, determina a quantidade de fase líquida, tendo influência direta no desenvolvimento das reações de clínquerização. Na definição do seu valor recomendável, deve-se levar em consideração as características da farinha no que se refere à sua aptidão à clínquerização e seus efeitos na operação do forno. Um valor inadequado do  $MS$  pode trazer efeitos bastante nefastos para a operação do forno. Se a quantidade de fase líquida formada for muito alta, pode ocorrer uma lavagem da colagem na zona de queima e, pelo contrário, se for muito baixa, pode dificultar o desenvolvimento da incrustação **[Mar 84]**.

A produção da farinha é feita por lotes, que são armazenados em silos. Ao iniciar um novo lote de produção (silo), o analista de laboratório verifica os registros das análises químicas das matérias-primas que serão utilizadas na produção. De acordo com as análises e conhecimento empírico o analista de laboratório então define as quantidades de cada matéria-prima que será utilizada.

A inspeção da farinha é realizada de hora em hora, conforme plano de inspeção, e é registrada em planilha eletrônica Controle de Inspeção e Ensaio na Farinha Produzida. Após a análise química, é verificado se os resultados médios do silo,  $C_3S$ ,  $C_3A$  e MS estão em conformidade com o especificado nos Limites de Controle para Produto e Processo. **[Div 05]**.

Caso seja necessário realizar alterações nos parâmetros de controle do silo, o analista de laboratório considera os resultados correntes das características medidas, os critérios usuais de correção individual e os resultados médios acumulados do silo até a ocasião para estabelecer os percentuais de adição das matérias-primas. **[Div 05]**.

Os valores de  $C_3S$ ,  $C_3A$  e MS são alterados de acordo com o aumento ou redução das matérias-primas, conforme a Tabela 1.

<b>Objetivo</b>	<b>Ação</b>
Aumentar o $C_3S$	Aumentar a adição de calcário alto.
Diminuir o $C_3S$	Diminuir a adição de calcário alto.
Aumentar o $C_3A$	Diminuir a adição de minério de ferro e/ou aumentar a adição de Pó e/ou bauxita.
Diminuir o $C_3A$	Aumentar a adição de minério de ferro e/ou diminuir a adição de Pó e/ou bauxita
Aumentar o MS	Diminuir a adição de minério de ferro e/ou bauxita. Aumentar a adição de areia.
Diminuir o MS	Aumentar a adição de minério de ferro e/ou bauxita. Diminuir a adição de areia.

Tabela 1 – Tabela auxiliar para controle de adição de matérias-primas.

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um modelo que estabeleça as proporções adequadas de matérias-primas de modo a atender as especificações dos três compostos ou módulos químicos  $C_3S$ ,  $C_3A$  e  $MS$ , de maneira que se minimize o custo da farinha e aumente a confiabilidade do controle de qualidade da mesma.

## 2.2 MODELAGEM DE PROBLEMAS

Todos nós já lidamos com modelos, mesmo em ocasiões onde não possuíamos a mínima consciência disso. Quando explicamos algo a uma pessoa usando fotografias ou gráficos, ou quando representamos planos ou sólidos através de equações matemáticas, nada mais estamos fazendo do que transmitir e interpretar a estranha realidade através de metáforas de substituição ou *modelos*. [Gol 00].

Os modelos, para serem implementáveis, devem ser livres de pequenos detalhes onerosos. Nessa abordagem a importância do equilíbrio simplificação vezes validade é básica. Concluimos que: Os modelos são representações simplificadas da realidade que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada. [Gol 00].

O poder de representatividade é a característica do modelo que o torna desejável. A capacidade de simplificação lhe confere factibilidade operacional. Existem vários critérios de medida da adequação ou aderência do modelo à realidade representada. Em várias ocasiões a representatividade do modelo pode ser aperfeiçoada de forma interativa. O processo de verificação da representatividade é denominado de validação do modelo, sendo uma etapa indispensável em qualquer procedimento científico. [Gol 00].

A modelagem de problemas vem se tornando uma ferramenta indispensável para a resolução de problemas de otimização nas empresas. Com a popularização dos computadores, a redução de seu custo, juntamente com o aumento de seu desempenho, hoje é possível que até mesmo problemas de otimização de grande porte sejam tratados em computadores pessoais. Vale destacar também que os desenvolvedores de softwares de otimização vem buscando alcançar uma parcela cada vez maior de usuários, desenvolvendo *interfaces* mais

amigáveis, que facilite o desenvolvimento e utilização dos modelos de maneira que sua utilização não fique restrita aos especialistas.

### 2.2.1 MODELOS DE OTIMIZAÇÃO

Um modelo não é igual à realidade, mas suficientemente similar para que as conclusões obtidas através de sua análise e/ou operação, possam ser entendidas à realidade.

**[Gol 00]**

Em consequência, para a formalização desse modelo é indispensável definir:

1. A *estrutura relacional* do sistema representado.
2. O *comportamento funcional* de cada subsistema ou componente atômico.
3. Os *fluxos de inter-relacionamento*.

Os modelos possuem três dimensões que determinam sua complexidade: Dinâmica (Indeterminado, Estocástico ou Determinístico), Domínio (Poucas variáveis e Homogeneidade ou Muitas variáveis e Heterogeneidade) e Meio ambiente (Tratável ou Intratável). A Figura 2 representa essas três dimensões e o espaço viável para a atuação dos modelos de otimização face à complexidade de tradução entre os dois planos representados.

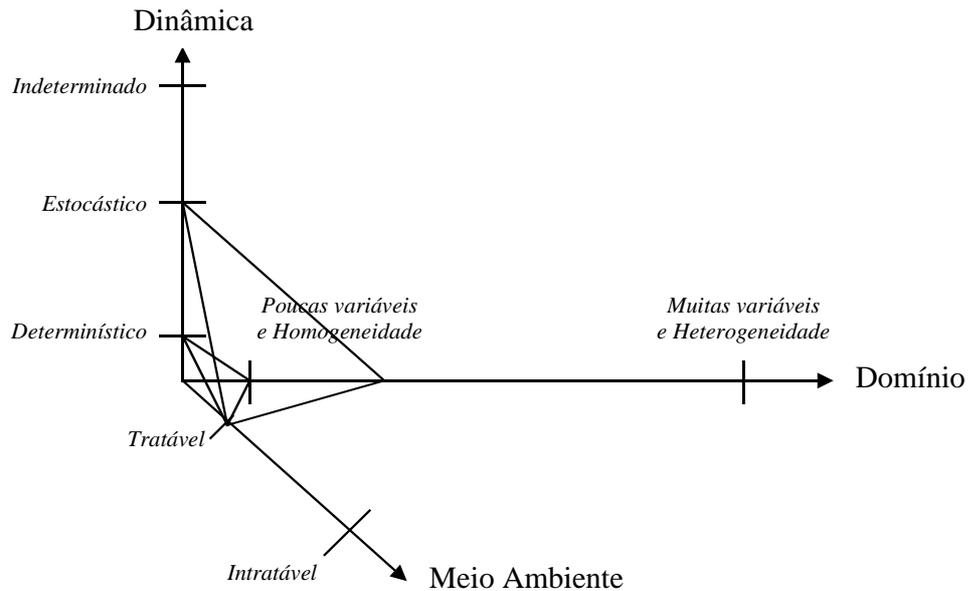


Figura 2 – Dimensões de complexidade de modelos e Espaço viável para atuação dos modelos de otimização

Da própria definição de modelo e de seus objetivos, derivam as principais características dos modelos de otimização:

1. O primeiro tema se refere à obtenção das *propriedades analíticas* do modelo.
2. O segundo tema está na ênfase em uma *melhoria mensurável* no processo. Nesse ponto são envolvidos conceitos de otimização face às possibilidades de o problema possuir mais de uma solução possível. Os modelos de otimização são normalmente amparados em variáveis quantitativas bem definidas como o iconógrafo da Figura 2 evidencia.
3. O terceiro tema é o *reconhecimento explícito* das interações no modelo e sobre o modelo.

Um problema de otimização contínua pode ser formalizado matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(x) \\ &\text{sujeito a: } \quad h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m_h \end{aligned}$$

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m_g$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

Em que  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  são funções contínuas, geralmente diferenciáveis em problemas tratáveis de grande porte. Dado um conjunto finito  $E = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  e uma coleção de subconjuntos  $F$  e  $E$  expresso como:

$$\emptyset \neq F \subset 2^{|E|}$$

e uma função objetivo:

$$C: F \rightarrow \mathbb{R}$$

um problema de otimização discreta, pode ser entendido como o desejo de obter um conjunto  $S^* \in F$  satisfazendo:

$$C(S^*) \geq C(S), \quad \forall S \in F \quad (\text{problema de maximização})$$

$$C(S^*) \leq C(S), \quad \forall S \in F \quad (\text{problema de minimização})$$

e sujeito a uma série de restrições.

$S$  é também denominada uma configuração do problema.  $S^*$  é chamada a melhor dentre todas as configurações segundo o critério de otimização  $C(S)$ .  $F$  é o espaço das configurações.  $C$  é a função objetivo. Essa formalização é bastante geral, obviamente voltaremos a esse modelo adotando as nomenclaturas clássicas para as configurações de  $S$  (denominadas também soluções viáveis) e  $F$  (espaço das soluções viáveis).

### 2.2.2 O PROCESSO DE MODELAGEM

É possível, de uma forma bastante geral, resumir o processo de modelagem ou de construção de modelos na ótica operacional, pelos passos sugeridos pelo fluxograma da Figura 3.

A definição do problema é uma das fases mais importantes do processo e compreende a clara percepção do desafio colocado. O problema deve ser traduzido em elementos palpáveis englobando:

1. Objetivos.
2. Variáveis de decisão ou controle.
3. Níveis de detalhe.

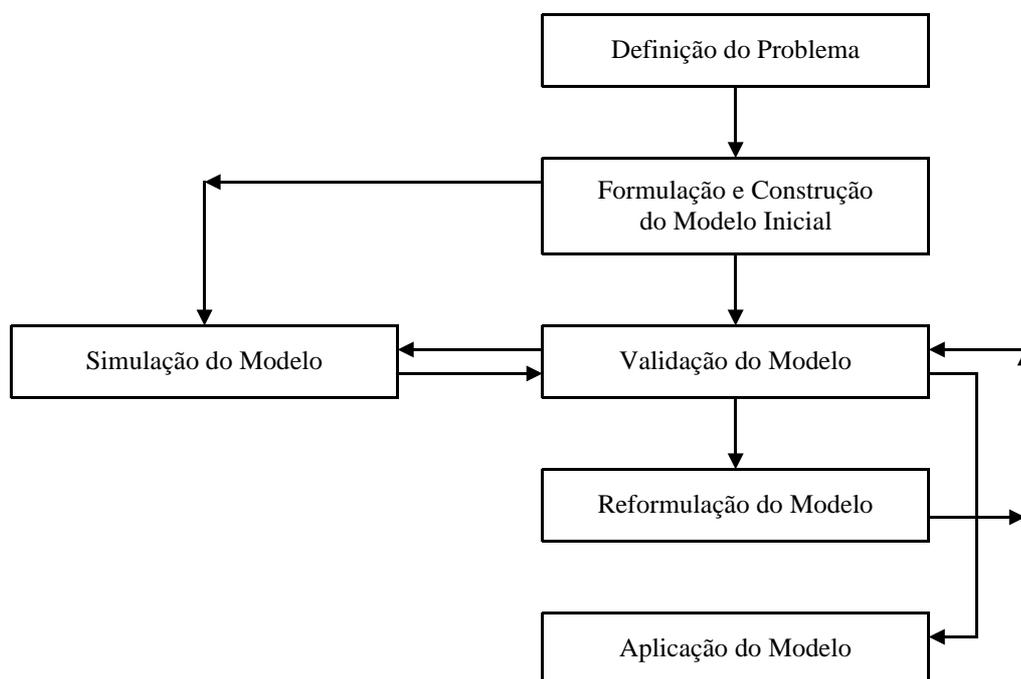


Figura 3 – O processo de construção de modelos.

O segredo do sucesso do modelo de otimização depende da adequação de sua tradução, também denominada “formulação”. O próprio termo “formular”, largamente empregado para exprimir o processo de construção de modelos de otimização, traz consigo uma enorme carga *quantitativa e matemática*. Por outro lado, a adequação pretendida depende também de elementos que escapam ao conteúdo estritamente técnico, envolvendo a percepção do elaborador do modelo (ou equipe de elaboração), uma faculdade cognitiva de alto nível. As *fórmulas* ou *equações* do modelo não existem prontas e acabadas na natureza, elas têm que

ser identificadas ou criadas. Estranhamente, o rigor da tradução é obtido através de processos pouco rigorosos ou conhecidos, envolvendo [Gol 00]:

1. Intuição.
2. Experiência.
3. Criatividade.
4. Poder de síntese, etc.

Temos aí duas conseqüências imediatas para o desenvolvimento de modelos:

1. Existe uma enorme dificuldade de modelar o processo de formulação.
2. Existe uma forte tendência considerar a atividade de formulação de um modelo como em arte.

### 2.2.3 PADRÕES PARA A CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE OTIMIZAÇÃO

Apesar de não considerarmos a técnica de construção de modelos com verdadeiramente uma arte, dificilmente seria possível reunir em um algoritmo específico e autocontido todos os passos indispensáveis para modelarmos um sistema genérico. Buscando o equilíbrio entre a arte e a técnica, podemos propor uma sistematização, se não completa, pelo menos parcial desse processo. Segundo Ackoff poderão ser considerados cinco padrões de construção de modelos [Gol 00]:

**Padrão 1:** quando a *estrutura do sistema é suficientemente simples e evidente* para ser compreendida por inspeção. Nesse caso, o modelo pode ser construído com facilidade, o que não significa que não possa ser muito difícil ou até mesmo impossível avaliar as variáveis não controladas e diversos outros parâmetros. O número de variáveis controladas pode também tornar impossível a solução prática do problema.

**Padrão 2:** quando a *estrutura do sistema é relativamente aparente*, mas a *representação simbólica não é tão aparente*. Nessa situação, a busca de um sistema análogo com estrutura já conhecida é uma boa opção. O sistema análogo poderá auxiliar na descoberta das propriedades do sistema em estudo.

**Padrão 3:** quando a *estrutura do sistema não é aparente*, contudo, *uma análise estatística* do mesmo pode atender ao desejado. Nesse caso, o sistema é considerado uma *caixa preta*, onde conhecemos, com segurança, as respostas para determinados estímulos.

**Padrão 4:** quando a *estrutura do sistema não é aparente e nem é possível isolar os efeitos das diversas variáveis através de uma análise estatística*. Nesse caso, uma boa política será o projeto de experimentos, de forma a determinar variáveis e correlações relevantes e reduzir o caso ao padrão 3.

**Padrão 5:** quando verificamos as situações do padrão 4, *porém as experimentações possíveis sobre o modelo são limitadas* para o fim desejado. Será o fim da linha? Nesse caso, existem ainda os modelos de conflitos e jogos de operações. Se isso ainda não for suficiente, então a dimensão criativa da modelagem deve ser ativada.

## 2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

As técnicas e algoritmos que serão abordados nesse trabalho destinam-se a estruturar e a solucionar os modelos quantitativos que podem ser expressos matematicamente. Nesse ramo do conhecimento humano, destaca-se a *Pesquisa Operacional* (PO), uma tradicional disciplina que congrega diversas das mais consagradas técnicas da modelagem matemática[Gol 00].

A Pesquisa Operacional teve sua origem na Inglaterra, durante a 2ª Guerra Mundial; quando para defesa deste País, utilizava-se pessoal numericamente reduzido, do qual

procurava-se obter o máximo de produtividade. Esta situação ocorre com grande semelhança nas indústrias e de um modo geral na economia dos países [Cos 75].

Os modelos de PO são estruturados de forma lógica e amparados no ferramental matemático de representação, objetivando claramente a determinação das melhores condições de funcionamento para os sistemas representados. Os principais modelos de PO são denominados de Programação Matemática e constituem uma das mais importantes variedades dos modelos quantitativos [Gol 00].

O processo de modelagem matemática, em si, pouco varia, contudo as técnicas de solução acabaram agrupadas em várias subáreas, devido às especializações e particularizações que sofreram, em virtude das suas várias peculiaridades. As subáreas são: Programação Linear, Programação Não-linear e Programação Inteira [Gol 00].

### 2.3.1 MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Os modelos de *Programação Linear* (PL) são um caso particular em que as variáveis são contínuas e apresentam comportamento linear, tanto em relação às restrições como à função objetivo.

Uma grande vantagem da utilização desse modelo está na extraordinária eficiência dos algoritmos de solução hoje existentes, disponibilizando alta capacidade de cálculo e podendo ser facilmente implementado até mesmo através de planilhas e com o auxílio de microcomputadores pessoais [Gol 00].

Para ser representado através de um modelo de Programação Linear, o sistema deve possuir as características abaixo:

1. Proporcionalidade: a quantidade de recurso consumido por uma dada atividade deve ser proporcional ao nível dessa atividade na solução final

do problema. Além disso, o custo de cada atividade é proporcional ao nível de operação da atividade.

2. Não Negatividade: deve ser sempre possível desenvolver dada atividade em qualquer nível não negativo e qualquer proporção de um dado recurso deve sempre poder ser utilizado.
3. Atividade: o custo total é a soma das parcelas associadas a cada atividade.
4. Separabilidade: pode-se identificar de forma separada o custo (ou consumo de recursos) específico das operações de cada atividade.

Um modelo de Programação Linear é um modelo matemático de otimização no qual todas as funções são lineares. A formulação geral para um Problema de Programação Linear (PPL) é:

Otimizar:

$$x_0 = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq d_i \quad i = 1, 2, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = d_i \quad i = p + 1, p + 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q$$

$$x_j \in \mathbf{R}, \quad j = q + 1, q + 2, \dots, n$$

Adotadas as seguintes notações:

$M = \{1, 2, \dots, m\}$ , o conjunto dos índices das restrições do problema;

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ , o conjunto dos índices das variáveis.

$M_1 \subset M$  e  $N_1 \subset N$ ;

$A = \{a_{ij}\} \equiv$  matriz de restrições;

$a_j \equiv$  j-ésima coluna de  $A$ ;

$x = (x_j), j \in N$  / vetor coluna de  $n$  componentes;

$c = (c_j), j \in N$  / vetor linha de  $n$  componentes;

$d = (d_i), i \in M$  / vetor coluna de  $m$  componentes.

O termo *otimizar* é utilizado para representar as possibilidades de maximizar ou minimizar a função objetivo.

### 3 DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo será abordada a modelagem do problema de dosagem de matérias-primas para obtenção da farinha crua. A modelagem será feita seguindo-se técnicas de Programação Linear e os procedimentos para controle de qualidade para obtenção da farinha.

As técnicas abordadas foram descritas segundo a necessidade de cada uma durante o processo de desenvolvimento e estão divididos em três tópicos:

1. Definição do problema;
2. Formulação e construção do modelo inicial;
3. Implementação do modelo;

### 3.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A dosagem de matérias-primas para obtenção da farinha é feita conforme alguns procedimentos técnicos, de modo que o resultado final seja o mais próximo possível do desejado. Vários dados, como parâmetros químicos, análises de laboratório devem ser levados em conta para que se faça uma dosagem adequada.

Com base nas análises químicas das pilhas de matérias-primas disponíveis, seus respectivos valores econômicos por tonelada e nos parâmetros químicos previamente especificados o modelo deverá exibir como resultado os percentuais de cada matéria-prima que deverá ser utilizado.

A Tabela 2 apresenta as características de cada matéria-prima que poderá ser utilizada na fabricação da farinha. Essas características fazem parte dos dados de entrada para o modelo.

Matérias-primas						
	CALCÁRIO BÁSICO	CALCÁRIO ALTO	MINÉRIO DE FERRO	PÓ	BAUXITA	AREIA
SiO <sub>2</sub>	13,80	2,82	16,08	13,08	15,08	93,60
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2,87	0,53	2,27	5,01	40,80	1,08
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1,19	0,26	78,67	1,80	12,58	0,40
Cão	43,53	53,12	0,91	40,95	0,45	1,70
MgO	-	-	0,16	1,35	0,24	0,00
SO <sub>3</sub>	0,55	0,42	-	2,41	-	-
Na <sub>2</sub> O	0,25	0,02	0,14	0,38	0,14	0,21
K <sub>2</sub> O	0,84	0,07	0,00	1,36	0,09	0,09
% MIN	80,0	0	0	15,0	0	0
% MAX	100,0	20,0	5,0	15,0	0	0
R\$ / t	R\$ 3,53	R\$ 14,00	R\$ 29,26	R\$ 0,00	R\$ 64,00	R\$ 29,00
UMIDADE	1,00	1,00	0,00	5,00	6,00	0,50

Tabela 2 – Matérias-primas e suas características

Outros dados de entrada de grande importância são os parâmetros químicos desejados para a farinha, que são mostrados na Tabela 3.

Parâmetros da farinha							
	LIC	META	LSC		LIC	META	LSC
C <sub>3</sub> S	79,0	81,0	83,0	C <sub>3</sub> A	6,5	7,7	8,9
Desvio C <sub>3</sub> S	-	-	5,0	Desvio C <sub>3</sub> A	-	-	-

Eq. Alcalino	-	-	-	MS	2,60	2,80	3,00
Desvio E.A.	-	-	-	# 170	18,00	21,00	22,00

Tabela 3 – Parâmetros da farinha

O modelo deverá apresentar os percentuais adequados de cada matéria-prima de maneira que atenda aos parâmetros contidos na Tabela 2 e o valor final do produto seja o mais baixo possível. A Tabela 4 apresenta as variáveis de decisão que terão que o modelo deverá apresentar como dados de saída.

<b>Definição das variáveis de decisão</b>	
$X_{CB}$	% de Calcário Básico utilizado na mistura.
$X_{CA}$	% de Calcário Alto que utilizado na mistura.
$X_{MF}$	% de Minério de Ferro utilizado na mistura.
$X_{PO}$	% de Material Carbonático (Pó) utilizado na mistura.
$X_{BX}$	% de Minério de Bauxita utilizado na mistura.
$X_{AR}$	% de Areia utilizado na mistura.

Tabela 4 – Definição das variáveis de decisão

### 3.2 FORMULAÇÃO E CONSTRUÇÃO DO MODELO

A medida de eficácia de determinado sistema é expressa pela função objetivo e a limitação dos recursos é traduzida para o modelo através de restrições aos valores das variáveis, que podem ser expressas matematicamente por meio de equações e inequações.

A definição da função objetivo e das restrições será abordada nos tópicos a seguir.

### 3.2.1 ELABORAÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO

A formulação do problema será iniciada com a elaboração da função objetivo (F.O.). Esta função deve traduzir o objetivo do problema, que neste caso é a minimização dos custos da mistura e o atendimento aos parâmetros dos módulos químicos.

O Calcário Básico custa R\$ 3,50/t e será utilizado  $x_{CB}$  (% a ser utilizado);

O Calcário Alto custa R\$ 14,00/t e será utilizado  $x_{CA}$  (% a ser utilizado);

O Minério de Ferro custa R\$ 29,26/t e será utilizado  $x_{MF}$  (% a ser utilizado);

O Material Carbonático custa R\$ 0,00/t e será utilizado  $x_{PO}$  (% a ser utilizado);

O Minério de Bauxita custa R\$ 64,00/t e será utilizado  $x_{BX}$  (% a ser utilizado);

A Areia custa R\$ 29,00/t e será utilizado  $x_{AR}$  (% a ser utilizado);

Então a mistura terá um custo total de:

$$z = 3,50 x_{CB} + 14,00 x_{CA} + 29,26 x_{MF} + 0,00 x_{PO} + 64,00 x_{BX} + 29,00 x_{AR}$$

Logo, o objetivo da mistura é:

$$\min z = 3,50 x_{CB} + 14,00 x_{CA} + 29,26 x_{MF} + 0,00 x_{PO} + 64,00 x_{BX} + 29,00 x_{AR} \quad (\text{F.O.})$$

### 3.2.2 IDENTIFICAÇÃO DAS RESTRIÇÕES

As restrições devem traduzir tudo aquilo que são limitações ao alcançar o objetivo.

A proporção da mistura deverá ser igual a 100% da produção de farinha estimada no momento, sendo que o Pó não entra no cálculo da proporção, pois ele é adicionado em outra parte do circuito de produção.

Os percentuais mínimo e máximo de cada matéria-prima devem ser considerados devido às limitações das balanças que irão fazer a dosagem e o custo de cada matéria-prima.

Os valores médios dos módulos químicos deverão ser alcançados para que a o lote de farinha produzida seja aprovado e liberado para ser utilizado na próxima etapa da produção do cimento.

$$\text{Proporção da mistura: } x_{CB} + x_{CA} + x_{MF} + x_{BX} + x_{AR} = 1$$

Percentual mínimo e máximo das matérias-primas:

$$80\% \leq x_{CB} \leq 100\%$$

$$0\% \leq x_{CA} \leq 20\%$$

$$0\% \leq x_{MF} \leq 5\%$$

$$0\% \leq x_{PO} \leq 8\%$$

$$0\% \leq x_{BX} \leq 0\%$$

$$0\% \leq x_{AR} \leq 0\%$$

Os módulos químicos:

$$C_3S_{(R)} \text{ (recomendado pelo modelo)} = C_3S_{(S)} \text{ (solicitado)} \pm 2\%$$

$$C_3A_{(R)} = C_3A_{(S)} \pm 2\%$$

$$MS_{(R)} = MS_{(S)} \pm 2\%$$

Essa tolerância de 2% para os módulos químicos é dada, pois a possibilidade de se conseguir atingir exatamente o valor solicitado dos três módulos químicos ao mesmo tempo diminui proporcionalmente ao número de matérias-primas disponíveis na adição. Durante o desenvolvimento desse trabalho foi verificado que só havia quatro matérias-primas disponíveis para utilização no processo de dosagem.

### 3.2.3 RESUMO DO MODELO

Elaborada a função objetivo e identificadas as restrições chegamos finalmente ao modelo completo, com pode ser visto abaixo.

Minimizar:

$$z = 3,50 x_{CB} + 14,00 x_{CA} + 29,26 x_{MF} + 0,00 x_{PO} + 64,00 x_{BX} + 29,00 x_{AR} \quad (\text{F.O.})$$

Sujeito a:

$$x_{CB} + x_{CA} + x_{MF} + x_{BX} + x_{AR} = 1$$

$$80\% \leq x_{CB} \leq 100\%$$

$$0\% \leq x_{CA} \leq 20\%$$

$$0\% \leq x_{MF} \leq 5\%$$

$$0\% \leq x_{PO} \leq 8\%$$

$$0\% \leq x_{BX} \leq 0\%$$

$$0\% \leq x_{AR} \leq 0\%$$

$$C_3S_{(R)} = C_3S_{(s)} \pm 2\%$$

$$C_3A_{(R)} = C_3A_{(s)} \pm 2\%$$

$$MS_{(R)} = MS_{(s)} \pm 2\%$$

### 3.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

O modelo de programação linear reduz um sistema real a um conjunto de equações ou inequações onde pretendemos utilizar uma função objetivo. O conjunto de equações deverá ser, em princípio, um conjunto indeterminado, de forma que o número das soluções ditas “viáveis” é infinito. Mesmo sabendo que a solução ótima será encontrada em

um ponto extremo do conjunto das soluções viáveis, nosso trabalho não será pequeno se desejarmos determiná-lo. Infelizmente, esse número de pontos extremos ou vértices pode ser muito grande, em número exponencial, em relação às variáveis [Gol 00].

Nesse contexto que o algoritmo simplex destaca-se como uma das grandes contribuições à Programação Matemática desse século. Trata-se de um algoritmo geral extremamente eficiente para a solução de sistemas lineares e adaptável ao cálculo computacional.

A idéia do método simplex é transitar de uma solução básica (SBA) factível (um ponto extremo) do conjunto de restrições para outro, de modo que o valor da função objetivo seja continuamente melhorado até a obtenção do ótimo. A Figura 4 apresenta um fluxograma que mostra como funciona o método simplex. Na sua forma padrão as desigualdades são transformadas em igualdades através da introdução das variáveis de folga.

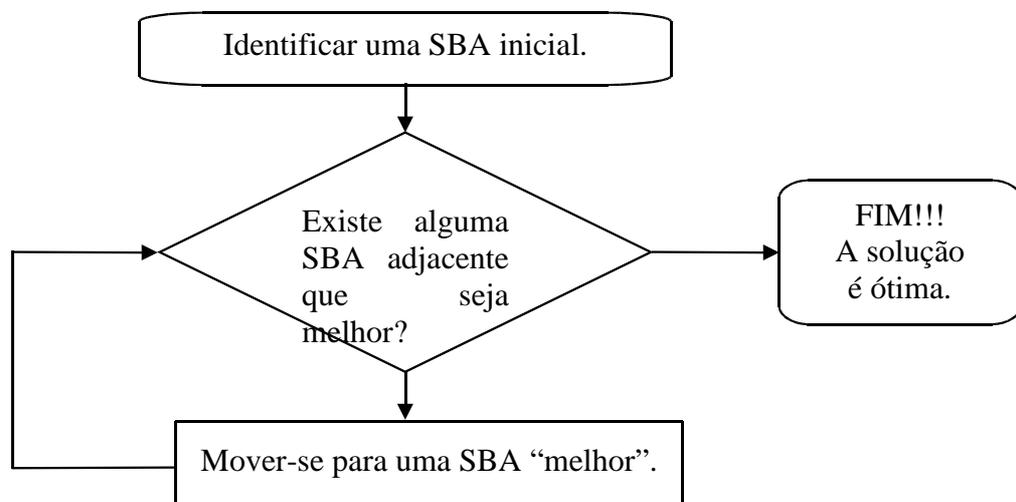


Figura 4 – Fluxograma do método simplex

O algoritmo do método simplex pode ser encontrado no Solver do Microsoft Excel. O Solver faz parte de um conjunto de programas algumas vezes chamado de ferramentas de análise hipotética.

O Microsoft Excel Solver usa o código de otimização não linear de gradiente reduzido genérico (GRG2), desenvolvido por Leon Lasdon, da Universidade do Texas em Austin e Allan Waren, da Universidade Estadual de Cleveland.

Os problemas lineares e de inteiros usam o método simplex com limites sobre as variáveis e o método de desvio e limite, implementado por John Watson e Dan Fylstra, da Frontline Systems.

O modelo aqui proposto foi implementado utilizando o Microsoft Excel como interface. Os dados de entrada foram dispostos em uma planilha denominada “METOOR” (Metas, Tolerâncias e Origens), como pode ser visto na Figura 5.

<b>Metas e Tolerâncias</b>			
	LIC	META	LSC
C <sub>3</sub> S	79,0	76,0	83,0
D.P. C <sub>3</sub> S			5,0
C <sub>3</sub> A	6,5	7,9	8,9
D.P. C <sub>3</sub> A			
FSC			
D.P. FSC			
MS	2,60	2,80	3,00
MA			
C <sub>2</sub> S			
EQ. ALC.			

<b>Percentual Min e Max</b>						
Nome	CALCÁRIO BÁSICO	CALCÁRIO ALTO	MINÉRIO FERRO	PÓ	BAUXITA	AREIA
% MIN.	80,00	0,00	0,00	15,00	0,00	0,00
% MAX.	100,00	20,00	5,00	15,00	0,00	0,00
Ton. (R\$/t)	R\$ 3,53	R\$ 14,00	R\$ 29,26	R\$ 0,00	R\$ 64,00	R\$ 29,00
Proporção da mistura					100 %	
<b>IMPORTANTE:</b>						
A matéria-prima não disponível deverá ter seu %MAX igualado a "Zero"!!!						

<b>Matérias-primas – Origens</b>						
Nome	CALCÁRIO BÁSICO	CALCÁRIO ALTO	MINÉRIO FERRO	PÓ	BAUXITA	AREIA
SiO <sub>2</sub> (%)	13,80	2,82	16,08	13,08	15,08	93,60
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	2,87	0,53	2,27	5,01	40,80	1,08
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	1,19	0,26	78,67	1,80	12,58	0,40
CaO (%)	43,53	53,12	0,91	40,95	0,45	1,70

MgO (%)			0,16	1,35	0,24	0,00
SO <sub>3</sub> (%)	0,55	0,42		2,41		
Na <sub>2</sub> O (%)	0,25	0,02	0,14	0,38	0,14	0,21
K <sub>2</sub> O (%)	0,84	0,07	0,00	1,36	0,09	0,09
UMIDADE (%)	1,00	1,00	0,00	5,00	6,00	0,50

Figura 5 – Planilha de entrada de dados “METOOR”

Uma outra planilha denominada “RESULTADOS” foi utilizada para saída de dados, ou seja, valores da mistura recomendados pelo modelo, de acordo com as restrições propostas, como pode ser visto na Figura 6.

Resultados				
	Solicitado	Recomendado	Realizado	Laboratório
SiO <sub>2</sub> (%)		13,40		
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)		3,06		
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)		1,72		
CaO (%)		42,38		
MgO (%)		0,17		
SO <sub>3</sub> (%)		0,77		
Na <sub>2</sub> O (%)		0,26		
K <sub>2</sub> O (%)		0,88		
C <sub>3</sub> S	76,0	76,0		
D.P. C <sub>3</sub> S	5,0			
C <sub>3</sub> A	7,9	8,3		
D.P. C <sub>3</sub> A				
FSC				
D.P. FSC				
MS	2,80	2,80		
MA				
C <sub>2</sub> S				
EQ. ALC.				

Mistura recomendada pelo modelo (%):					
CALCÁRIO BÁSICO	CALCÁRIO ALTO	MINÉRIO FERRO	PÓ	BAUXITA	AREIA
98,08	1,20	0,72	15,00	0,00	0,00

Valor da mistura recomendada pelo modelo:	R\$ 384,09
---	------------



Figura 6 – Planilha de saída de dados “RESULTADOS”

Essa interface desenvolvida no Excel facilita o trabalho do analista devido à sua experiência em trabalhar com esse software, que é largamente utilizado para controle e armazenamento de dados.

O processo de calibração do modelo também se torna fácil, não necessitando, nesse caso, de especialista, devido à facilidade de utilização do Solver.

## 4 SIMULAÇÃO

O processo de simulação do modelo se deu num laboratório de controle de qualidade de cimento que acompanha e analisa todo o processo de produção de cimento durante 24 horas por dia.

O controle do processo de dosagem de matérias-primas se dá a cada hora e é realizado pelo analista de laboratório. Ao iniciar a produção de um novo lote de farinha (silo) o analista observa os parâmetros químicos das matérias-primas que serão utilizadas e os parâmetros da farinha que deverá ser produzida e calcula com base em conhecimento empírico as porcentagens supostamente corretas de cada matéria-prima que será utilizada no momento.

Foi acompanhada a produção dos silos de farinha num dado período e paralelamente fornecemos todos os dados ao modelo para verificarmos sua eficiência. Para

ficar mais claro será citado no trabalho o acompanhamento da produção de um dos silos produzidos no período.

Ao iniciar o novo silo identificado como H1N390505, o analista calculou a proporção adequada de cada matéria-prima que deveria ser utilizada e ao mesmo tempo foram fornecidos os dados de entrada ao modelo através da planilha “METOOR”, como pode ser visto na Figura 5. Ficou definido que não estava disponível para uso as matérias-primas Bauxita e Areia e que 12% seria o percentual máximo de Pó a ser utilizado. Na terceira iteração o percentual de Pó foi alterado para no máximo 15%. A Tabela 5 ilustra todas as três tomadas de decisão do modelo e do analista, necessárias durante o processo de produção do silo de farinha.

Cálculo Nº	Módulos químicos solicitados							
01	C <sub>3</sub> S			C <sub>3</sub> A			MS	
	81,0			7,7			2,80	
	Proporção de cada matéria-prima para atendimento aos parâmetros da farinha							Valor
	CALCÁRIO BÁSICO	CALCÁRIO ALTO	MINÉRIO FERRO	PÓ	BAUXITA	AREIA	Decisão	
	96,5	2,7	0,8	12,0	0,0	0,0	Modelo	R\$ 401,50
96,8	2,1	1,1	12,0	0,0	0,0	Analista laboratório	R\$ 403,29	
Cálculo Nº	Módulos químicos solicitados							
02	C <sub>3</sub> S			C <sub>3</sub> A			MS	
	79,0			7,7			2,80	
	Proporção de cada matéria-prima para atendimento aos parâmetros da farinha							Valor
	CALCÁRIO BÁSICO	CALCÁRIO ALTO	MINÉRIO FERRO	PÓ	BAUXITA	AREIA	Decisão	
	97,4	1,8	0,8	12,0	0,0	0,0	Modelo	R\$ 392,14
97,6	1,3	1,1	12,0	0,0	0,0	Analista laboratório	R\$ 394,91	
Cálculo Nº	Módulos químicos solicitados							
03	C <sub>3</sub> S			C <sub>3</sub> A			MS	
	76,0			7,7			2,80	
	Proporção de cada matéria-prima para atendimento aos parâmetros da farinha							Valor
	CALCÁRIO BÁSICO	CALCÁRIO ALTO	MINÉRIO FERRO	PÓ	BAUXITA	AREIA	Decisão	
	98,4	0,8	0,9	15,0	0,0	0,0	Modelo	R\$ 383,34
98,9	0,0	1,1	15,0	0,0	0,0	Analista laboratório	R\$ 381,30	

Tabela 5 – Comparativo entre tomadas de decisão do analista *versus* modelo.

Ao analisarmos a Tabela 5 podemos verificar que o modelo proposto atende à resolução do problema e que o custo gerado apesar de ser baixo ele se torna significativo a longo prazo, mesmo porque o modelo pode ser recalibrado de modo a minimizar ainda mais o custo de produção.

É interessante destacar que durante o processo de simulação nem sempre foi possível a resolução do problema de dosagem utilizando somente o modelo matemático proposto devido às variações que ocorrem nas matérias-primas provenientes do processo de estocagem, homogeneização e retomada do material estocado. Sendo assim, foi detectado que seria fundamental a intervenção do analista em alguns casos que o modelo não foi capaz de detectar.

## **5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS**

São apresentadas neste capítulo as conclusões e sugestões de possíveis trabalhos futuros que podem ser desenvolvidos. Este trabalho teve enfoque na modelagem e solução através do Solver do Microsoft Excel, todavia, outras ferramentas podem ser utilizadas para a resolução do problema proposto.

### **5.1 CONCLUSÕES**

Pode-se observar analisando os resultados obtidos que a otimização de dosagem de matérias-primas é bastante complexa devido ao grande número de variáveis envolvidas no

processo que foge ao controle do analista e atualmente não são possíveis de serem consideradas através da modelagem matemática. Um grande passo que poderia ser dado para facilitar a resolução do problema seria a implantação de um sistema de análise *on line* de todas as matérias-primas no momento em que serão dosadas. A partir daí o modelo poderia receber as informações sobre as matérias-primas já considerando as variações ocorridas durante o processo.

Se desconsiderarmos as variações que não puderam ser tratadas, podemos concluir que o modelo implementado atende satisfatoriamente à resolução do problema proposto, visto que possibilita auxiliar o analista de laboratório na tomada de decisão na maioria dos casos analisados.

A utilização do modelo contribui muito com o processo de produção da farinha pois o analista não mais ficará preso a somente uma instrução operacional e ao conhecimento empírico.

## **5.2 TRABALHOS FUTUROS**

O modelo foi implementado no Solver do Microsoft Excel que é um programa voltado para usuários domésticos, que traz facilidade de implementação, mas ao mesmo tempo possui limitações quanto a recursos matemáticos para a resolução do problema.

O interesse pelo Excel se deve ao fato de facilitar de se trocar dados com as planilhas já implementadas atualmente para o controle de produção da farinha. Portanto pode ser desenvolvida uma automatização da aquisição dos dados de entrada e conseqüentemente do envio dos dados de saída, inclusive havendo uma interação entre as planilhas de controle e o software de supervisão do processo, alterando automaticamente os percentuais de adição nas balanças dosadoras.

Seria também interessante a implementação do modelo em um programa dedicado a resolução desse tipo de problema como o Lingo, que é desenvolvido pela LINDO Systems Inc [Lin 05].

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Pet 98] Petrucci, Eladio G. R., 1922-1975 **Concreto de cimento Portland**. 13ª GLOBO – rev. por Vladimir Antonio Paulon. São Paulo, 1998.
- [Mar 84] Marciano Jr., E., **Contribuição ao estudo de incrustações em fornos de cimento**. 2.ed. rev. atual. São Paulo, ABCP, 1984. (ET-46)
- [Div 00] Diversos. **Manual da Qualidade – Sistema de Gestão da Qualidade**. Cimento Tupi S.A., 2005.
- [Bat 85] Battagin, Arnaldo F., **Microestrutura do clínquer de cimento Portland: um retrato das suas condições de fabricação**. Trabalho apresentado ao XXIX Congresso Brasileiro de Cerâmica. Criciúma, Abril 1985.
- [Shu 86] Shukuzawa, J. K., Zampieri, V. A., **Os ataques químicos e sua importância no estudo microscópico do clínquer de cimento Portland**. Trabalho apresentado ao XXX Congresso Brasileiro de Cerâmica. Rio de Janeiro, Abril 1986.
- [Gol 00] Goldbarg, M. C., Luna, H. P. L., **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 8ª Reimpressão, Elsevier, Rio de Janeiro, 2000.
- [Cos 75] Costa, J. J. da Sera, **Tópicos de pesquisa operacional**. 2ª Edição, Rio de Janeiro, 1975.

[Lin 05] Lingo, **Lingo Modeling**. <http://www.lindo.com/downloads/lingo9.zip>, acessado em 26 abr 2005.

## **ANEXO A – COMPONENTES DO CLÍNQUER DE CIMENTO PORTLAND**

### **1. SILICATO TRICÁLCICO – C<sub>3</sub>S**

- Desenvolve um grande calor de hidratação;
- Desenvolve elevadas resistências a curto prazo;
- Libera grande quantidade de cal (Hidróxido de cal – Cal livre);

1. Cimentos ricos em C<sub>3</sub>S (45 a 60%) desprendem grande quantidade de calor, em consequência para peças de concreto de grandes massas, onde existe uma pequena relação superfície x volume, essas massas aquecem demasiadamente e, submetidas a um choque

térmico, podem contrair-se dando lugar a fissurações ou agretamentos por causa de uma retração térmica.

2. O elevado calor de hidratação na massa de concreto provoca uma auto secagem, se não se evitar com uma cura adequada, ocorrerá a retração hidráulica que somada a retração térmica, intensifica a fissuração.

3. Com relação a grande quantidade de cal liberada na hidratação do  $C_3S$ , esta cal é sensível ao ataque e dissolução por águas ácidas, puras e carbônicas agressivas. Por este motivo, a durabilidade (resistência química), dos concretos com cimentos ricos em  $C_3S$ , que se acham submergidos em tais águas é menor que os mesmos concretos com cimentos que contenham menos  $C_3S$ .

4. A grande quantidade de cal liberada na hidratação do  $C_3S$ , confere aos concretos um alto grau de basicidade (pH 12 a 13) ou alcalinidade. Assim com uma grande reserva alcalina, circunstancia-se favoravelmente a evitar ou retardar a corrosão das armaduras, no caso de concretos armados ou protendidos. Em consequência, é aconselhável o uso de cimentos com alto conteúdo de  $C_3S$ .

5. Como é fácil perceber pelo exposto anteriormente, existe uma espécie de incompatibilidade entre:

FATORES POSITIVOS	Resistências elevadas a curto prazo
	Ação protetora das armaduras
FATORES NEGATIVOS	Retração; fissuração e agretamentos
	Pouca durabilidade frente a águas agressivas

6. Fórmula de Bogue:

$$C_3S = \frac{100 \times (4,071 \times CaO - 7,602 \times SiO_2 - 6,718 \times Al_2O_3 - 1,43 \times Fe_2O_3)}{CaO + SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3 + MgO + SO_3 + Na_2O + K_2O}$$

CONCLUSÃO:

A escolha do cimento em relação ao teor de  $C_3S$ , será fundamentada segundo os seguintes parâmetros:

ALTO TEOR	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Prefabricados</li> <li>▪ Protentidos</li> <li>▪ Clima frio</li> </ul>
MEDIO TEOR	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Obras ordinarias (comuns)</li> </ul>
BAIXO TEOR	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Grandes massas de concreto               <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Pouca retração</li> <li>▪ Baixo Calor de hidratação</li> </ul> </li> </ul>

## 2. SILICATO BICÁLCICO – $C_2S$

- Desenvolve muito menos calor de hidratação que o  $C_3S$ .
- Dá menores resistências a prazos mais curtos, e quase tão elevadas quanto as proporcionadas pelo  $C_3S$ , a prazos mais longos.

1. É o constituinte principal dos cimentos portland chamados normais ou lentos.

2. Nos cimentos portland, os silicatos  $C_2S$  e  $C_3S$ , se podem considerar como valores “conjugados”, cuja soma é constante ( $\gg 70\%$ ), de tal maneira que o aumento de um implica na correspondente diminuição do outro.

3. Assim, se compreende que as indicações e contradições do emprego dos cimentos ricos em  $C_3S$  e pobres em  $C_2S$  ou vice-versa, se entrecruzam, deduzindo-se delas as correspondentes conseqüências práticas de cada caso.

## 3. ALUMINATO TRICÁLCICO – $C_3A$

- Possui uma grande velocidade de hidratação, portanto, desenvolve muito calor de hidratação ( $\gg 207$  cal/g).
- Colabora moderadamente com as resistências, e num prazo muito curto.
- Não libera cal em sua hidratação, ao contrário, pode fixar uma certa proporção de cal livre, liberado pelos silicatos.

- É o constituinte causador da pega rápida do cimento, exige, portanto, a adição de gesso para retardar, regular e normalizar a pega.
- É muito sensível aos sulfatos em geral (terrenos sulfatados) com os quais reaciona dando lugar a produtos expansivos: Ettringita, Sal de Candlot – “o bacilo do cimento” – os quais provocam a destruição do concreto – perda de durabilidade.
- Em resumo, os cimentos ricos em  $C_3A$ , não se deve empregar em obras, estruturas ou elementos de concreto que irão em contato com meios agressivos. Devendo-se então utilizar cimentos com baixo teor de  $C_3A$ , chamados RESISTENTES A SULFATOS (RS).
- Fórmula de Bogue:

$$C_3A = \frac{100 \times (2,65 \times Al_2O_3 - 1,692 \times Fe_2O_3)}{CaO + SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3 + MgO + SO_3 + Na_2O + K_2O}$$

#### 4. FERRO ALUMINATO TETRACÁLCICO – $C_4AF$

- Possui lenta velocidade de hidratação.
- Desenvolve pouco calor de hidratação.
- Contribui com pequena parcela para as resistências mecânicas a qualquer idade.
- Possui boa resistência química, frente ao ataque químicos de sulfatos.
- Os cimentos ricos em  $C_4AF$  e, simultaneamente em  $C_2S$ , são aptos em épocas ou climas muito quentes, ou para executar obras com grandes massas de concreto, tais com barragens, etc.

#### 5. CAL LIVRE (CaO)

ORIGEM:

Provém da reação incompleta entre a calcário e os argilos-minerais, durante a queima no forno, ou devido à decomposição do  $C_3S$  e  $C_2S$  mais  $CaO$ . Este último fenômeno acontece quando o teor de  $C_3S$  é extremamente alto, o resfriamento no forno é muito lento.

#### EFEITOS PRINCIPAIS:

- Hidratação da cal livre é lenta e está acompanhada de um aumento expressivo de volume.
- O aumento de volume gera tensões de tração que podem produzir fissuras consideráveis.
- Teores alto de cal livre, distribuídos uniformemente em partículas bem finas, é menos grave que teores baixos concentrados em poucos pontos de tamanhos grandes.