



**CENTRO UNIVERSITÁRIO PRESIDENTE ANTÔNIO CARLOS
UNIPAC BARBACENA
ENGENHARIA CIVIL**

**LÍDIA TEREZINHA DA FONSECA
SÉRGIO JÚNIOR FERREIRA DA SILVA**

**ESTUDO COMPARATIVO SOBRE A ÁREA DE ARMADURA EM SAPATAS
DE CARGA CENTRADA: MÉTODOS BIELAS E TIRANTES
E CEB-70**

**BARBACENA/MG
2022**

**LÍDIA TEREZINHA DA FONSECA
SÉRGIO JÚNIOR FERREIRA DA SILVA**

**ESTUDO COMPARATIVO SOBRE A ÁREA DE ARMADURA EM SAPATAS
DE CARGA CENTRADA: MÉTODOS BIELAS E TIRANTES
E CEB-70**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil do Centro Universitário Presidente Antônio Carlos – FUPAC como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientadora: MSc. Prof. Tairine Cristine Bertola Cruz

**BARBACENA/MG
2022**

FONSECA, Lúcia Terezinha; SILVA, Sérgio Júnior Ferreira. **Estudo comparativo sobre a área de armadura em sapatas de carga centrada: métodos bielas e tirantes e CEB-70**. Barbacena: 2022 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil), Centro Universitário Presidente Antônio Carlos.

Resumo: A fundação é o elemento responsável por transferir ao solo as cargas atuantes na edificação. Por isso é necessário seu correto dimensionamento observando também a viabilidade e otimização do mesmo. Este artigo tem por objetivo fazer a análise comparativa do dimensionamento de sapatas em concreto armado, verificando a área de aço da sapata submetida a cargas centrais dimensionadas pelo método das Bielas e Tirantes e pelo método CEB-70. Com base no projeto tomou-se o livro Concreto Armado Eu Te Amo. Com finalidade de simular diversas situações foi definido a carga do pavimento e a tensão admissível do solo, variando até o quinto andar do projeto, a fim de expandir os resultados, podendo então ter a verificação da área de aço em ambos os métodos. Com o dimensionamento concluído, pode-se observar a diferença entre os dois métodos aplicados, onde o método das bielas e tirantes mostrou-se mais otimizado que o método do CEB-70. Uma vez que a diferença entre os métodos chegou a 2 cm², o que impacta diretamente no custo da obra.

Palavras-chave: Fundações, Sapatas, Dimensionamento.

Abstract: The foundation is the element responsible for transferring the actions load in building to the ground. Therefore, it is necessary its correct sizing also watching too the feasibility and optimization of it. This article aims to make the comparative analysis of the spread footing in reinforced concrete, verifying the steel area of the spread footing subjected to central loads sized by the connecting strut-and-tie method and the CEB-70 method. Based on the project was taken the book Concreto Armado Eu Te Amo. In order to simulate several situations, the load of the pavement and the strength of the soil were defined, varying up to the fifth floor of the project, in order to expand the results, and can then have the verification of the steel area in both methods. With the sizing completed, one can observe the difference between the two applied methods, where the strut and tie method proved to be more optimized than the CEB-70 method. Since the difference between the methods reached 2 cm², which directly impacts the cost of the construction.

Keywords: Foundations, Spread Footing, Sizing.

1 INTRODUÇÃO

A fundação de uma construção é um elemento essencial no sistema estrutural, sendo responsável por transferir as cargas da superestrutura (lajes, vigas e pilares) para o solo. O mal dimensionamento pode acarretar em patologias, caso o recalque (movimentação do solo) supere o limite admissível (BERBERIAN, 2015).

Segundo Vesic (1975), o recalque pode ocorrer de forma diferencial, quando um lado da estrutura sofre maior deslocamento que o outro, provocando fissuras ou ainda danificando a estabilidade ao ocasionar a ruptura geral ou o funcionamento do sistema solo-fundação, com consequências catastróficas.

Dentre os elementos de fundação, as sapatas são os mais antigos que se têm registro. Inicialmente, a execução ocorria empiricamente, não existindo regras estabelecidas para seu dimensionamento. Havia, entretanto, o conhecimento de que a largura deveria ser inversamente proporcional à resistência do solo, ou seja, solos com pouca resistência demandavam maiores dimensões para que a transferência das cargas tivesse êxito (SILVA, 1998).

Um dos avanços mais significativos no campo de estudo das fundações, datado em 1873, tem como responsável Frederick Baumann. É dele a ideia de que a área da sapata deve ser proporcional à carga suportada, e de que o centro de aplicação desta deve ser alinhado com o centro de gravidade daquela, de forma a diminuir excentricidades (SILVA, 1998).

A partir das propostas de Baumann, metodologias de cálculo e normas de dimensionamento foram surgindo na área das fundações (SILVA, 1998). Além do dimensionamento geométrico, também foram desenvolvidos métodos para estimativa da área de aço necessária, uma vez que, conforme a NBR 6122 – Projeto e execução de fundações, as sapatas são elementos em concreto armado (ABNT, 2019).

Assim, este trabalho apresenta um estudo comparativo sobre o dimensionamento da área de aço de uma sapata isolada, submetida a carga centralizada, a partir do Método das Bielas e Tirantes e do Método CEB-70. A pesquisa experimental buscou investigar tais métodos, segundo suas semelhanças e diferenças.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 A engenharia de fundações

A engenharia de fundações pode ser definida pela aplicação prática dos preceitos da geotecnia, envolvendo ainda a elaboração de estruturas de contenção de terra (BRAJA, 2016). Sobre os custos, Berberian (2015) destaca que a fundação pode representar 4,5% do orçamento total da obra justificando, dessa forma, a atuação do engenheiro na análise dos dados e premissas a fim de encontrar a solução mais segura e viável, inclusive economicamente.

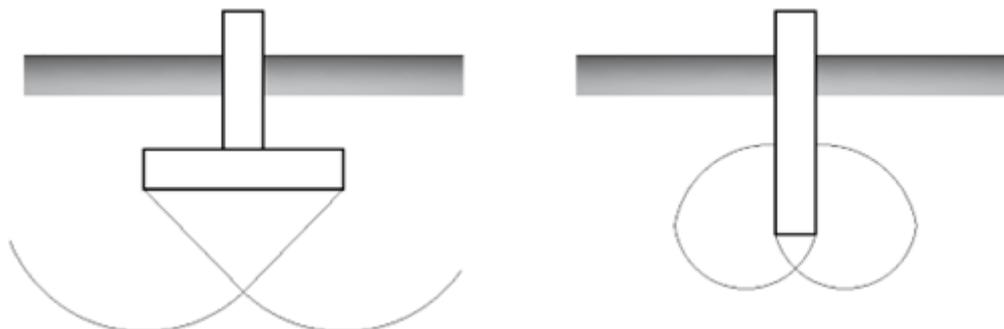
O sistema estrutural de uma construção pode ser dividido em três partes, sendo a superestrutura e a mesoestrutura os elementos acima do nível do terreno, e a infraestrutura os elementos de transição de cargas para o solo (TAKEYA, 2007).

Para o dimensionamento estrutural da fundação, é necessário verificar a tensão admissível do terreno, ou seja, sua capacidade geotécnica de suporte de cargas. Esse fator varia em função do tipo de solo e da presença de água, sendo determinado por ensaios, em que o mais comum é a sondagem a percussão (BERBERIAN, 2015).

Segundo a NBR 6122, a infraestrutura é classificada em superficial e profunda. As fundações superficiais (rasas) são aquelas cuja base, responsável pela transmissão dos esforços, é assentada em uma profundidade inferior a duas vezes sua menor dimensão em planta. Já as fundações profundas são elementos esbeltos assentados em profundidade superior a oito vezes sua menor dimensão em planta e no mínimo a 3,0 metros. A transmissão dos esforços ocorre através da superfície lateral (resistência do fuste) ou da base (resistência de ponta) ou pela combinação de ambos (ABNT, 2019).

Na fundação rasa, a zona de ruptura do elemento forma uma cunha que tende a levantar o solo, rotacionando o elemento de fundação. Desta forma, somente é adotada quando a capacidade de suporte das camadas iniciais atende a carga de projeto. Em outra via, na fundação profunda, a área do rasgo de ruptura é formada na ponta do elemento, que retorna ao fuste tensões de compressão. A FIG. 1 demonstra as diferenças no modo de trabalho destes elementos (VELLOSO e LOPES, 2004).

Figura 1 – Ruptura da fundação superficial e profunda, respectivamente



Fonte: Velloso e Lopes (2004).

Dentre os tipos de fundações rasas, as sapatas são amplamente utilizadas em função da facilidade de execução, aliada a uma boa relação de custo e benefício. Quando os solos apresentam boa resistência, são capazes de tolerar grandes tensões geradas pela carga da edificação, sem demandar uma área de contato tão grande. Na sequência, tem-se uma análise aprofundada sobre esse artefato (BERBERIAN, 2015).

2.2 Sapatas de fundação

As sapatas de fundação são mensuradas para que a tensão de tração gerada na base seja resistida pela armadura de aço utilizada. Dessa forma, ao fundo do elemento, tem-se a disposição de uma malha de aço como está disposto na FIG. 2 (BERBERIAN, 2015).

Figura 2 - Representação da armadura de aço



Fonte: Construindo Casas¹

Este tipo de infraestrutura é classificado conforme o modo de transferência de cargas ao solo, segundo sua forma e de acordo com a rigidez estabelecida. A escolha do tipo de sapata adequada está associada às premissas de projeto, principalmente, o arquitetônico (HACHICH et al., 1998)

2.2.1. Classificação quanto a transferência de carga ao solo

As sapatas podem distribuir a carga proveniente da superestrutura através de uma ou duas direções. Quando o elemento de fundação apresenta dimensões proporcionais, a transmissão ocorre em duas direções com tensões aproximadas. Caso contrário, a elasticidade de tração é superior na direção do maior vão e, dessa forma, adota-se para o mesmo uma armadura principal transversal e armadura secundária longitudinal (BERBERIAN, 2015).

O modo de transferência de cargas entre o sistema fundação-solo é estabelecido em função do sistema superestrutura-fundação. Desta forma, para os pilares avulsos, são utilizadas as sapatas isoladas. No entanto, quando dois pilares estão muito próximos e ocorre a sobreposição das áreas das sapatas, emprega-se as sapatas associadas. Existem também as edificações com alvenaria estrutural, onde a carga é distribuída diretamente da parede, constituindo as sapatas corridas (CAMPOS, 2015).

Segundo o Código Civil Brasileiro, todo elemento construtivo não deve ultrapassar as linhas de divisa do terreno. Portanto, quando uma sapata de fundação é executada no limite, adquire um formato excêntrico, sendo recomendado o uso de uma viga alavanca (BERBERIAN, 2015).

O Quadro 1 mostra a classificação das sapatas de acordo com a transferência de carga ao solo.

Quadro 1 - Classificação quanto a transferência de carga ao solo

Tipo	Carga que recebe da superestrutura	Número de direções
Isolada	Carga concentrada de um único pilar	Duas direções
Corrida	Carga linear (parede)	Uma direção
Associada	Cargas concentradas de mais de um pilar	Uma direção
Alavancada	Carga concentrada com excentricidade	Uma direção

¹ Disponível em: <https://construindocasas.com.br/blog/construcao/sapata-isolada/>. Acesso em: 07 nov. 2022.

Fonte: Campos (2018).

2.2.2. Classificação das sapatas quanto à forma

A escolha da forma da base da sapata ocorre em função da geometria do pilar, uma vez que o centro de gravidade estabelece o ponto de equilíbrio do elemento (onde age a força de gravidade). Para evitar excentricidades, que geram aumento tanto na área da sapata quanto na área de armadura, o centro de gravidade do pilar deve ser coincidente com o centro de gravidade da sapata. À medida que os centros de gravidade não são coincidentes, o equilíbrio do sistema é afetado (BASTOS, 2019).

A seguir, no Quadro 2, mostra-se algumas das variedades mais comuns de sapatas em função da forma.

Quadro 2 - Classificação quanto a forma

Forma	Dimensões
Quadrada	$L = B$
Retangular	$(L > B)$ e $(L < 3B)$
Corrida	$(L > 3B)$
Circular	$B = D$

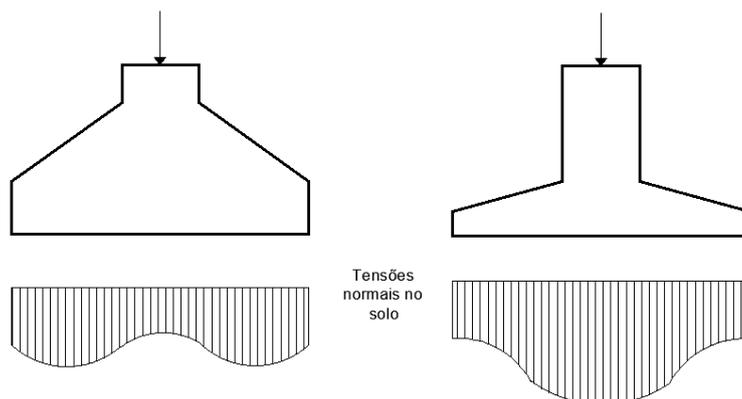
Sendo: B = menor dimensão da sapata; D = diâmetro da sapata; L = outra dimensão da sapata.

Fonte: Campos (2015).

2.2.3. Classificação quanto à rigidez

Uma outra forma de classificar as sapatas está baseada no comportamento estrutural rígido ou flexível. As sapatas isoladas rígidas podem ser definidas como aquelas em que os esforços são transmitidos ao solo de maneira mais uniforme, ao contrário das flexíveis em que as tensões são maiores próximas ao ponto de aplicação da carga, conforme a FIG. 3 (LUCHI, 2013).

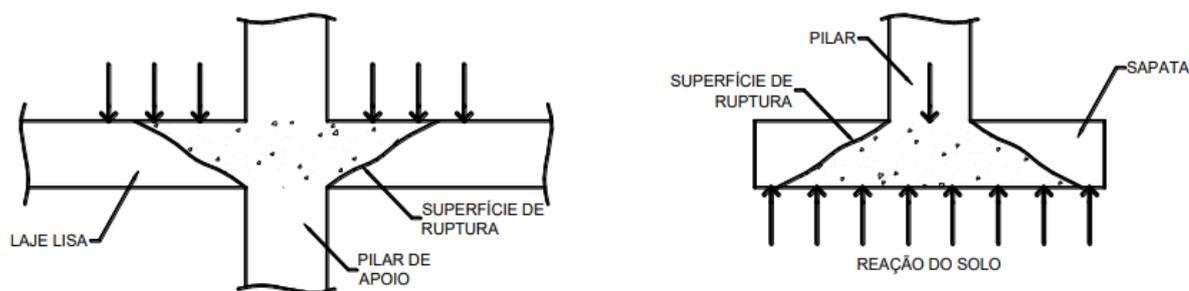
Figura 3 – Sapata rígida e sapata flexível, respectivamente



Fonte: Luchi (2013).

Em geral, as sapatas rígidas são as opções mais escolhidas, pois estão situadas dentro do cone hipotético de punção, ou seja, não estão sujeitas aos esforços de punção. A punção é a força que tende a cisalhar (cortar) o elemento na área periférica ao pilar em um ângulo de 30° a 35° . Esse tipo de comportamento é observado em lajes lisas, em que as vigas são suprimidas e a estrutura é apoiada diretamente no pilar. Assim, a sapata pode ser comparada a uma laje lisa invertida, submetida aos esforços solicitantes internos de momento fletor e força cortante, conforme ilustra a FIG 4 (ABNT, 2014; BASTOS, 2019).

Figura 4 - Cone de punção e sapata rígida

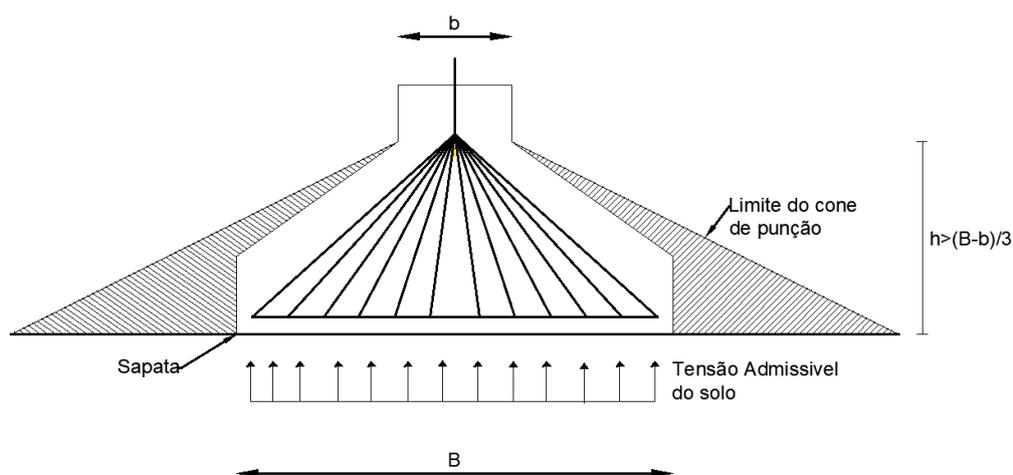


Fonte: Bastos (2019).

A sapata rígida é aquela em que o ângulo com a horizontal, estabelecido pela biela² da diagonal mais inclinada, é menor ou igual a 30° , garantindo que esteja dentro do cone de punção, não havendo a possibilidade de ruptura por esse esforço como representado na FIG.5 (BASTOS, 2019).

Figura 5 - Cone de punção da sapata rígida

² Bielas são trajetórias inclinadas das tensões principais de compressão (JENNEWEIN, 1987).



Fonte: Bastos (2019).

De acordo com a NBR 6118, uma sapata é considerada rígida quando atende a relação abaixo (EQ.1), cujos parâmetros podem ser visualizados na FIG. 5 acima. Caso contrário, é dimensionada como flexível (ABNT, 2014).

$$h \geq \frac{B - b}{3} \quad \text{Equação 1}$$

onde:

h = é a altura da sapata;

B = é a dimensão em planta da sapata;

b = é dimensão em planta do pilar paralela à da sapata.

2.3 Métodos de cálculo da área de armadura

As armaduras têm um papel fundamental nas sapatas, pois são capazes de resistirem aos esforços de tração, flexão e torção e são responsáveis também por absorver e transmitir as tensões para o solo. Existem diferentes métodos para calcular a área de armadura de uma sapata, porém, com os avanços nos estudos, alguns foram deixando de ser utilizados. Essa substituição se dá pela otimização do dimensionamento em tempo, economia e viabilidade (BASTOS, 2019).

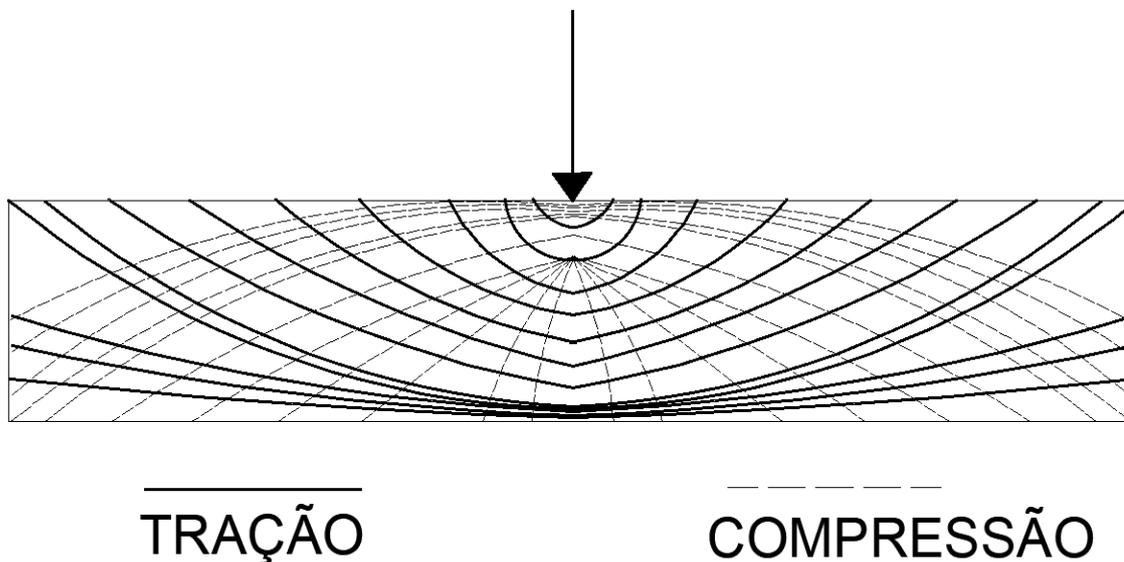
Neste estudo, serão abordados dois métodos bastante citados pela literatura: o Método CEB-70, desenvolvido pelo professor Lauro Modesto dos Santos, e o Método das Bielas e Tirantes proposto por Blévo (BASTOS, 2019; THOMAZ e CARNEIRO, 2016).

2.0.1. Método das Bielas e Tirantes

Ritter e Morsch foram os primeiros autores a propor o Método das Bielas e Tirantes, no início do século XX, inicialmente utilizado para resolver questões relacionadas a vigas fletidas. O método considera a idealização de uma treliça³ tridimensional, como modelo de resistência no interior da viga (OLIVEIRA, 2009).

Conforme demonstram as FIGs. 6 e 7, admitiu-se que o comportamento de uma viga retangular biapoiada (apoiada em ambas as extremidades), após a fissuração provocada por uma carga, era análogo ao de uma treliça isostática (estrutura estável). Assim como a treliça, a viga apresentava “barras comprimidas” (as bielas - representadas por linhas tracejadas) e “barras tracionadas” (os tirantes – representados por linhas contínuas), sendo estas últimas resistidas pelo emprego da armadura; banzos (faces superior e inferior da viga) paralelos entre si e a armadura de cisalhamento (montantes) entre 45° e 90° (MÖRSCH, 1948).

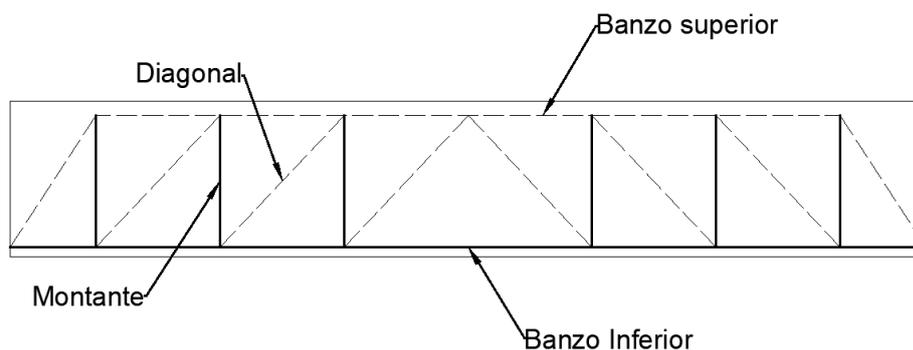
Figura 6 - Esforços em uma viga biapoiada



Fonte: Aguiar (2018).

Figura 7 - Analogia da treliça em uma viga

³ Estrutura com montagem baseada em triângulos (CINTRA, 2011).



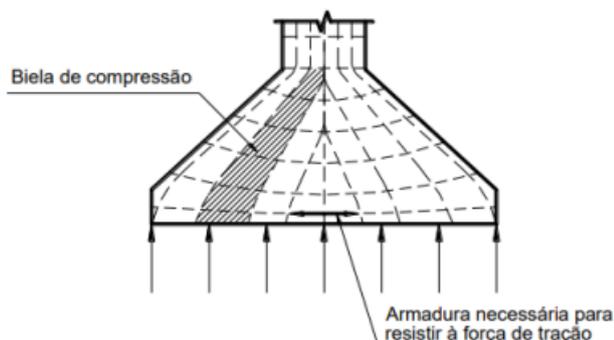
Fonte: Fusco (2008).

Segundo Araújo (2003), descobriu-se que o modelo descrito apresentava algumas deficiências. Os banzos, na realidade, não eram paralelos devido ao arqueamento do banzo comprimido, além disso, as fissuras se encontravam a menos de 45° e a viga, por conter engastes nas bielas dos banzos, era hiperestática (elemento cujo número de apoios é superior ao número de reações internas – sistema indeterminado).

Contudo, após os estudos de Schläich (1987), o método foi revisado obtendo maior notoriedade em função da correção de algumas imperfeições e da amplificação de seu uso a outros elementos como vigas-parede, sapatas, blocos entre outros. Inclusive, tanto o Comitê Euro-internacional de Concreto - CEB-FIP (1990), quanto a Norma Canadense CSA-A23.3-94 (1994) sugerem a utilização do mesmo (LADEIRA, 2019).

O método encontra-se em constante revisão, de forma que muitos autores já reafirmaram sua veracidade, por meio de diferentes elementos não antes analisados (SILVA, 1991). Dentre eles, Pantoja (2012) destacou seu dinamismo e confiabilidade, ao estimar as incertezas dos carregamentos, considerando as resistências do concreto e do aço. Para este autor, uma grande vantagem associada ao método de contraventamento e ligação, é que ele pode ser aplicado a diversos elementos estruturais de concreto armado e protensão. A representação de elementos por esse artifício é aproximada, mas também realista e sistemático, possibilitando aos engenheiros obter a visualização fisicamente intuitiva do comportamento estrutural (FIG.8).

Figura 8 - Bielas de compressão e tração



Fonte: Bastos (2019).

Basicamente, o método se resume na determinação das forças de tração definidoras das áreas de armadura requeridas, e na verificação das tensões de compressão nos pilares, calculadas nas seções próximas (BASTOS, 2019).

A NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, em seu item 22.3.1, expõe que as bielas representam a força resultante de tensões de compressão em uma área e os tirantes representam as armaduras a qual estão concentradas em um único eixo e os nós conectam as bielas e tirantes, recebendo forças aplicadas ao modelo (ABNT, 2014).

Ao redor dos nós, haverá um volume de concreto, designado como área nodal (ponto de encontro de vários elementos de uma estrutura), local da resistência necessária à transmissão de força entre as bielas e os tirantes. A treliça idealizada é isostática e a força externa atuando sobre o elemento estrutural e a força de reação de apoio concentram-se nos nós, formando um sistema auto equilibrado (ABNT, 2014).

A metodologia do presente método encontra-se no Anexo A.

0.0.1 Método CEB-70

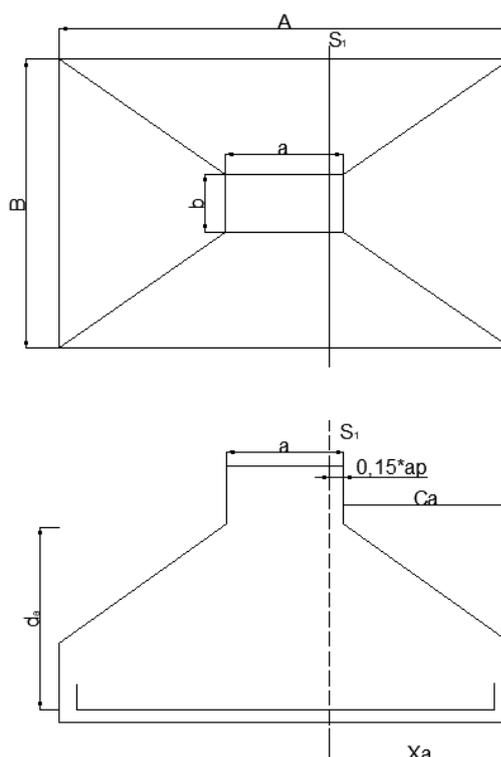
O método CEB-FIP (1970) é baseado na teoria da flexão. O processo de cálculo desse método é determinado por uma verificação de segurança das tensões normais e tangenciais, e a força necessária é determinada em uma seção transversal específica. Assim, com o uso da fórmula, pretende-se determinar a armadura primária para flexão (SANTOS, 1984).

A tensão na interface (partes externas) da sapata é plana e qualquer força horizontal que atua na fundação é equilibrada pelo atrito entre a parte inferior da

fundação e o solo. Essas forças não podem ser assumidas para reduzir a armadura principal (CAMPOS,2015).

No método CEB-70 são calculados os momentos fletores em ambas direções das sapatas. Aqui admite-se uma distância com uma seção na sapata semelhante a fim de criar um balanço na estrutura. Essa distância é de $0,15 \cdot \text{윰푖}$, onde 윰푖 é a dimensão do pilar perpendicular à parte de referência, em relação ao ponto interior do pilar na direção de referência, conforme mostra a FIG. 9. As dimensões da lateral da sapata são definidas assumindo que o balanço CA como está na FIG. 9 deve ser igual, ou seja, $CA=CB$ (BASTOS, 2019).

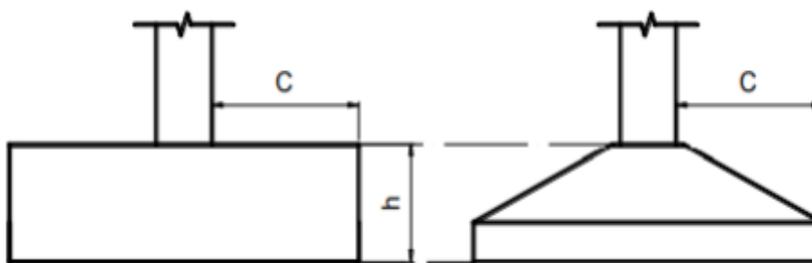
Figura 9 - Seção de referência (CEB-70)



Fonte: Bastos (2019)

O método CEB-70 exige que o valor de C esteja entre a metade e o dobro da altura da sapata, portanto, se estiver abaixo da metade da altura, é verificado como bloco de fundação, conforme mostra a FIG. 10 (SILVA, 2019).

Figura 10 - Aplicação do valor de C



Fonte: Bastos (2019)

Para calcular o balanço em ambas as direções, utiliza-se a EQ. 2:

$$Ca = \frac{A - a}{2} \quad \text{Equação 2}$$

onde:

Ca = balanço na direção A

A = Dimensão da sapata

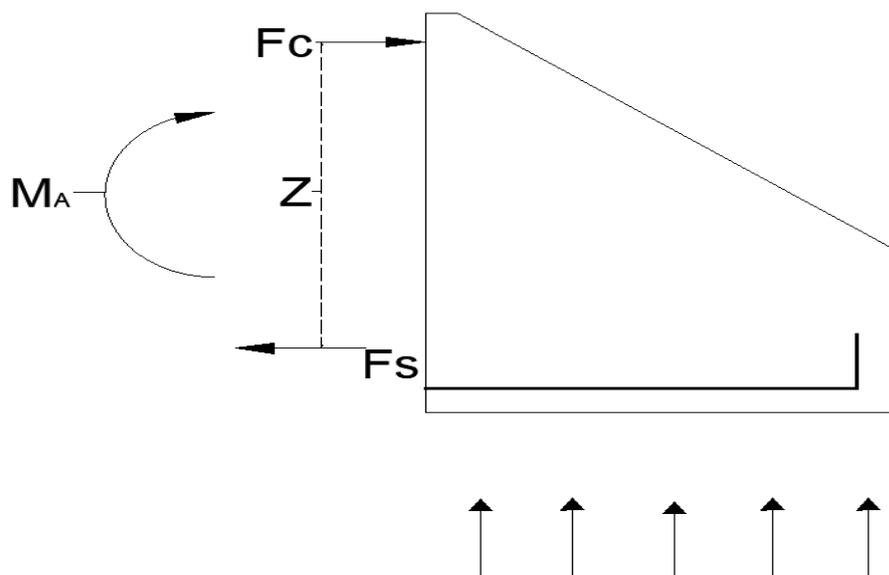
a = Dimensão do pilar

Para parâmetros de cálculo, é necessário também calcular o valor de X_A , sendo a distância da face da sapata para a seção de referência S1, e definida por (EQ.3):

$$X_A = Ca + 0,15 * a \quad \text{Equação 3}$$

Para calcular a área de aço mínima necessária, o procedimento considera que, ao seccionar a sapata a uma distância definida, essa seção admite o comportamento de uma viga em balanço. Quando a sapata é seccionada surgem no elemento esforços internos de tração, compressão e momento fletor esquematicamente exposto na FIG. 11, e que são necessários para o dimensionamento (SANTOS, 1984).

Figura 11 - Esforços Internos na seção da sapata



Onde: Fc= Força de compressão; Fs= Força de tração; Ma = Momento fletor; Z= Braço de alavanca;

Fonte: os autores (2022)

Ao aplicar uma força em determinada área surge uma tensão, admite-se a força como o carregamento do pilar e esta área sendo a área da sapata. Obtém-se assim a tensão que a base exerce no solo (BERBERIAN,2015). Segundo a terceira lei de Newton, para toda ação existe uma reação de mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto, ou seja, a tensão tem o mesmo modulo exercendo na sapata (FIG. 12).

A tensão exercida pela sapata no solo pode ser calculada pela EQ. 4:

$$\sigma = \frac{Nk}{A.B} \quad \text{Equação 4}$$

Onde:

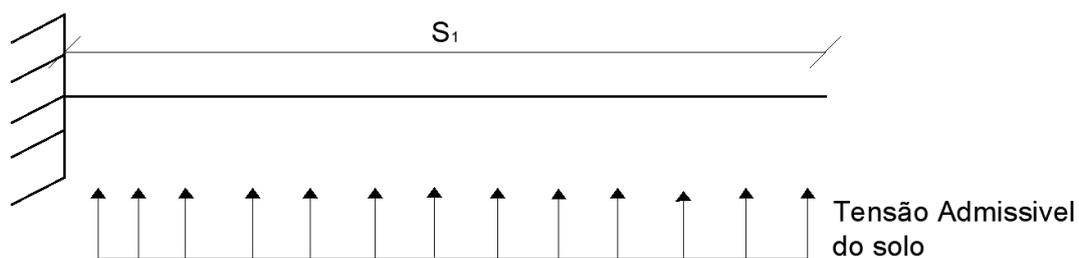
σ = é a tensão admissível do solo

Nk = é o carregamento proveniente do pilar + peso próprio da sapata

A e B= são as dimensões da sapata

Entretanto, tratando-se apenas da seção da sapata seccionada anteriormente, temos a analogia da viga em balanço demonstrada na FIG. 12:

Figura 12 - Distribuição da reação do solo na base da sapata



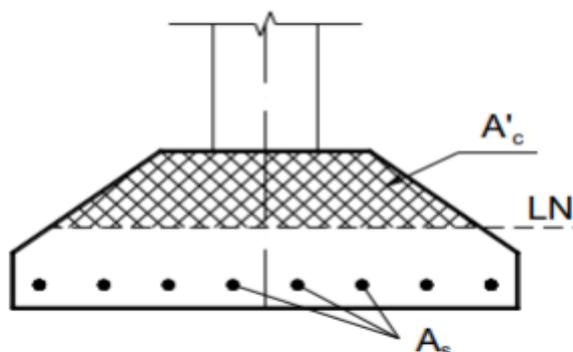
Fonte: Bastos (2019)

A partir dessa analogia tem-se o dimensionamento da armadura de aço de sapatas segundo o método CEB-70.

O dimensionamento do método presente se encontra no Anexo B.

Na FIG. 13 observam-se as áreas comprimidas (A'_c) devido à força de flexão, a linha neutra LN (linha imaginária que divide a área comprimida e área tracionada) e a área que será tracionada (A_s), concentrada na área inferior da sapata (CAMPOS, 2015).

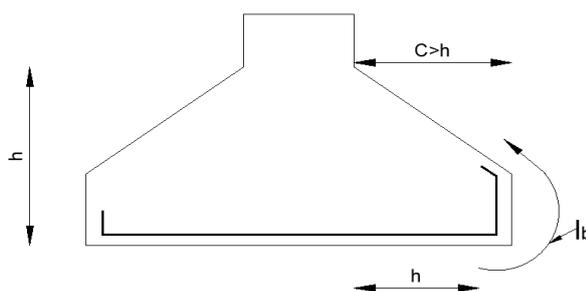
Figura 13 - Área comprimida, devido esforço de flexão



Fonte: Campos (2015)

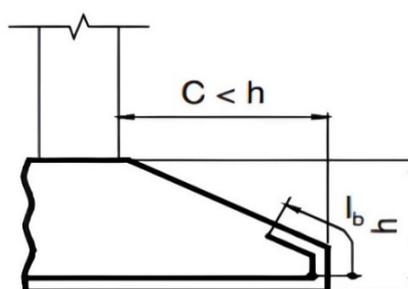
A ancoragem de armaduras de flexão em sapatas, devem ser verificados em dois casos. Primeiro, se o balanço C for maior que a altura da fundação h , a armadura deve partir da seção mais distante h do pilar e deve se partir até o final da fundação. L_b é o comprimento da ancoragem, sem ganchos a serem analisados. No segundo caso, quando o balanço C é menor que a altura de fundação h , a armadura precisa estar totalmente ancorada na extremidade da fundação, e o comprimento de ancoragem será medido a partir da linha reta da fundação, na extremidade da borda da sapata, observa-se nas FIGs 14 e 15 os dois casos (BASTOS, 2016).

Figura 14 – Armadura ancorada no extremo da sapata



Fonte: Bastos (2016)

Figura 15 – Armadura ancorada no extremo da sapata



Fonte: Bastos (2016)

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Premissas de projeto

Como base de projeto tomou-se o livro Concreto Armado Eu Te Amo (BOTELHO, MARCHETTI, 2019) tendo ciência da notoriedade do exemplar no meio acadêmico. O projeto é composto de pavimento com dois quartos, sala de jantar, sala de estar, cozinha, banheiro, área de serviço e hall, perfazendo área total de 94,88 m² (ANEXO C).

Com a finalidade de simular diversas situações foi definido a carga do pavimento tipo e a tensão admissível do solo (TAB. 1) e variou-se o número de pavimentos até o 5º com o propósito de expandir os resultados e possibilidades a fim de comparação. Escolheu-se, portanto, o pilar P8 do referido projeto por conter carga centrada e grande variação de carga ao adicionar pavimentos tipo.

Tabela 1 – Dados utilizados no dimensionamento

Dados		
Carga Pavimento Tipo	218,95	KN
Tensão Admissível do Solo	1	Kgf/cm ²
	2	Kgf/cm ²
	3	Kgf/cm ²

Fonte: os autores

3.2 Dimensões da sapata em planta

As dimensões da sapata foram definidas segundo as recomendações de Berberian (2015). Neste caso, tem-se a tensão admissível do solo e o carregamento que provém do pilar. A partir desses dados obtém-se a área e altura das sapatas de fundação (TAB. 2):

Tabela 2 – Dimensões das sapatas

Tensão admissível	1 Kgf/cm ²				2 Kgf/cm ²				3 Kgf/cm ²			
	L(cm)	C(cm)	H(cm)	h(cm)	L(cm)	C(cm)	H(cm)	h(cm)	L(cm)	C(cm)	H(cm)	h(cm)
1 PAV	175	145	45	15	130	100	40	10	110	80	40	10
2 PAV	210	140	65	25	175	145	45	15	145	115	40	15
3 PAV	290	260	80	30	210	180	55	20	175	145	45	15
4 PAV	330	300	95	35	240	210	65	25	200	170	50	20
5 PAV	370	340	110	40	265	235	75	25	220	190	60	20

Onde: L = largura; C = comprimento; H = altura; h = altura da aba;

Fonte: os autores (2022)

3.3 Dimensionamento método das bielas e tirantes

São apresentados na TAB. 3 os resultados segundo os dados acima mencionados. Referenciando-se a variação do número de pavimentos e a tensão admissível do solo calculado a partir do método das bielas e tirantes, obtendo a taxa de aço calculada (A_s , cal) e a taxa de aço mínima ($A_{s,min}$) segundo a NBR 6118 (2014).

Tabela 3 – Resultado método das bielas

Fonte: os autores (2022)

3.4 Dimensionamento método CEB – 70

Tensão admissível	1 Kgf/cm ²		2 Kgf/cm ²		3 Kgf/cm ²			
	As, cal (cm ²)	As, min (cm ²)	As, cal (cm ²)	As,min (cm ²)	As, cal (cm ²)	As,min (cm ²)		
1 PAV	3,13	9	1 PAV	2,29	6	1 PAV	1,72	5,25
2 PAV	6,31	17,7	2 PAV	6,26	9	2 PAV	5,44	6,92
3 PAV	9,55	25,8	3 PAV	9,59	13,13	3 PAV	9,38	9
4 PAV	12,37	34,43	4 PAV	12,63	17,7	4 PAV	13,33	11,63
5 PAV	15,13	44,25	5 PAV	15,29	21,75	5 PAV	15,42	14,7

São apresentados na TAB. 4 os resultados segundo os dados acima mencionados. Referenciando-se a variação do número de pavimentos e a tensão admissível do solo calculado a partir do método do CEB-70, obtendo a taxa de aço calculada (As, cal) e a taxa de aço mínima (As,min) segundo a NBR 6118 (2014).

Tabela 4: Resultado método CEB-70

Tensão admissível	1 Kgf/cm ²		2 Kgf/cm ²		3 Kgf/cm ²			
	As, cal (cm ²)	As, min (cm ²)	As, cal (cm ²)	As,min (cm ²)	As, cal (cm ²)	As,min (cm ²)		
1 PAV	3,51	9	1 PAV	2,57	6	1 PAV	2,95	5,25
2 PAV	7,22	17,7	2 PAV	7,02	9	2 PAV	5,92	6,92
3 PAV	11,01	25,8	3 PAV	10,85	13,13	3 PAV	10,53	9
4 PAV	14,12	34,43	4 PAV	14,43	17,7	4 PAV	15,2	11,63
5 PAV	17,65	44,25	5 PAV	17,39	21,75	5 PAV	17,44	14,7

Fonte: os autores (2022)

Pode-se observar diferenças significativas entre os dois métodos. Como por exemplo, para a carga de um (1) pavimento e tensão admissível do solo de 1 Kgf/cm² para o método das bielas e tirantes obteve-se 3,13 cm² de aço. Porém para a mesma carga e tensão admissível do solo para o método CEB-70 obteve-se 3,51 cm², o que significa 6,05% a mais no consumo de aço.

Já para a carga de 5 (cinco) pavimentos e tensão admissível do solo de 3 Kgf/cm² para o método das bielas obteve-se 15,42 cm² de aço, entretanto com a mesma carga e mesma tensão admissível do solo para o método CEB-70 obteve-se 17,44 cm² de aço, o que significa 13,1% de consumo a mais do método CEB-70.

Observa-se, portanto, uma maior otimização de dimensionamento no método das bielas e tirantes. Visto que, atendendo os requisitos necessários de segurança

para ambos os métodos, o método das bielas e tirantes obteve resultados mais econômicos, uma vez que reduzindo a área de aço reduz-se o consumo do mesmo.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho baseou-se no comparativo entre dois métodos do cálculo de forma, obter um bom resultado. Foram feitos estudos dos métodos das bielas e tirantes e do CEB-70, observando-se que no método das bielas e tirantes encontra-se maior número de referências bibliográficas que para o método do CEB-70.

Ao longo do levantamento verificou-se que para aplicações de cargas de mesma grandeza, encontrou-se diferenças notáveis na área de aço resultante, sendo que o método das bielas e tirantes se mostrou mais otimizado que o método do CEB-70. A amplitude dessa diferença também é proporcional ao número de pavimentos, ou seja, em relação à carga atuante na sapata de fundação, chegando a 2 cm² de aço a mais no método CEB-70 que para o método das bielas e tirantes, considerando 1 Kgf como a tensão admissível do solo e a carga proveniente de 5 pavimentos tipo.

Observa-se, portanto, maior economia no método das bielas e tirantes por ao final do dimensionamento resultar uma área de aço menor, uma vez que o consumo de aço é diretamente proporcional ao custo da obra (GOUY e FARIA, 2020).

Diante do exposto entendeu-se que é de suma importância um bom dimensionamento dos elementos de fundação, alcançando-se o objetivo da questão inicial ao demonstrar as diferenças nas áreas de aço relativa a cada método de cálculo.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento. Rio de Janeiro, p. 238. 2014.

ABNT. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, p. 108. 2019.

AGUIAR Caio Cesar Pereira. *In: Dimensionamento de Estruturas Especiais de Concreto Armado*. 2018. Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, [S. l.], 2018. Disponível em: http://rangelage.com.br/wp-content/uploads/2019/07/Mestrado_Bielas-e-Tirantes-Caio-Aguiar.pdf Acesso em: 4 nov. 2022.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. v.1, 2ed. Rio Grande: Dunas, 2003.

BASTOS, P. S. D. S. **Sapatas de Fundação. Notas de aula - Concreto III** - Universidade Estadual Paulista. Bauru, p. 120. 2019.

BERBERIAN, D. **Engenharia de Fundações**. 2º. ed. Brasília: INFRASOLOS, 2015.

BLEVOT, J.; FRÉMY, R. (1967). **Semelles sur pieux. Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics.**, Paris, v.20, n.230. Disponível em: http://www.abece.com.br/pdf/1967_Blevot_e_Fremy.pdf Acesso em: 12 nov. 2022

BOTELHO, Manoel Henrique Campos; MARCHETTI, Osvaldemar. **Concreto Armado Eu Te Amo**. 10. ed. atual. [S. l.: s. n.], 2014.

BRAJA, M. DAS. **Princípios Da Engenharia De Fundações**. [S. l.: s. n.], 2016.

CAMPOS, J. C. D. **Elementos de fundações em concreto**. 1º. ed. São Paulo: Oficina de textos, 2018.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. CSA standard-A23.3-94 - **Design of concrete structures**. Rexdale, 1994. Disponível em: <https://netedu.xauat.edu.cn/jpkc/netedu/jpkc/hntjg/site/jxzy/wlkt/CSA%20A23%5B1%5D.3-04%20-%20%E5%8A%A0%E6%8B%BF%E5%A4%A7%E6%A0%87%E5%87%86%E5%8D%8F%E4%BC%9A%20Design%20of%20Concrete%20Structures.pdf> Acesso em: 15 out. 2022.

CINTRA, J. C.; AOKI, N.; ALBIERO, J. H. (2011); **Fundações diretas: Projeto geotécnico; Oficina de Textos**; São Paulo; 109-110 p, 63-64 p.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1970). **Recommandations particulières au calcul et à l'exécution des semelles de fondation**. Bulletin d'Information n.73. Paris. Disponível em: <https://www.fib->

international.org/publications/ceb-bulletins/recommandations-internationales-ceb-fip-1-detail.html. Acesso em: 15 out. 2022.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1991). **CEB-FIP model code 1990. Final draft**. CEB Bulletin d'Information, n.204. Disponível em: <https://www.fib-international.org/publications/ceb-bulletins/ceb-fip-model-code-90-final-draft-274-detail.html>. Acesso em: 15 out. 2022.

EL DEBS, Mounir Khalil; TAKEYA, Toshiaki. **Introdução às pontes de concreto**. [S. l.: s. n.], 2007.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto: Solicitações Tangenciais**, 1ª Edição, São Paulo, Pini, 2008. 328p.

GOUY, Luiz Soares; FARIA, Bruno Matos. **O PAPEL DO ENGENHEIRO CIVIL NO GERENCIAMENTO DA OBRA: DO LEVANTAMENTO À ENTREGA DAS CHAVES. ENGENHARIA NA PRÁTICA: CONSTRUÇÃO E INOVAÇÃO**, [S. l.], n. 1, p. 62-84, 12 fev. 2020.

LADEIRA, Artur Hallack. **ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO VIA MODELOS DE BIELAS E TIRANTES E TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA**. [S. l.: s. n.], 2019.

LUCHI, Lorenzo. A. R. **Estrutura De Fundações. NOTAS DE AULA**, [s. l.], 17 nov. 2022. Disponível em: <https://ecivilufes.files.wordpress.com/2013/06/1-introduc3a7c3a30.pdf>. Acesso em: 12 out. 2022.

M. PINHEIRO, Libânio; D. MUZARDO, Cassiane; SANTOS, Sandro P. **Estruturas De Concreto**. [S. l.: s. n.], 2004.

MACHADO, C. P. **Edifícios de Concreto Armado - Fundações**. [S.l.]. São Paulo, FDTE, EPUSP, 1985.

NEVILLE, A. M. **Propriedades Do Concreto**. 5. ed. [S. l.]: Bookman, 2016. 888 p.

OLIVEIRA, D. S. (2013). **Análise do comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre cinco e seis estacas**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

PANTOJA, J. C., VAZ, L. E., MARTHA, L. F., 2010. **Avaliação de Desempenho de Modelos de Biel as e Tirantes via Análise de Confiabilidade**. III Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

PINHEIRO, Libânio M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. [S. l.: s. n.], 2007.

SANTOS, L.M. **Edifícios de Concreto Armado – Fundações**. São Paulo, FDTE, EPUSP, fev. 1984

SCHLAICH, J., SCHÄFER, K., JENNEWEIN, M. ***Toward a Consistent Design of Structural Concrete***. PCI Journal, vol. 32, n. 3, pp.75-150, 1987.

SILVA, E. L. D. **Análise dos modelos estruturais para determinação dos esforços**. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo. São Paulo. 1998. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-16032018-162543/pt-br.php>. Acesso em: 19 out. 2022.

SILVA, Priscila Flavia Souza da S586e **Estruturas de concreto armado II** / Priscila Flavia Souza da Silva. – Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2019. 216 p.

THOMAZ, Eduardo; CARNEIRO, Luiz. **CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SOBRE ESTACAS COM O USO DO MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES**. In:

CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, 9., 2016, Rio de Janeiro.

VELLOSO, D. D. A.; LOPES, F. D. R. **Fundações: critérios de projeto, investigação de subsolo, fundações superficiais**. [S.l.]: Oficina de Textos, v. I, 2004.

VESIC, A. S. **Bearing capacity of shallow foundations. Foundation Engineering Handbook**. ed. New York: McGraw-Hill, 1975.

ANEXO A - DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO BIELA-TIRANTE

Para dar início ao dimensionamento da armadura são necessários parâmetros geométricos pré-definidos, como determinar a área, altura total e altura da aba da sapata de fundação em função da tensão admissível do solo⁴.

Como proposto por Blévoit (1967), o dimensionamento da armadura consiste em determinar os esforços de compressão e tração. O concreto é o elemento responsável por suportar as forças de compressão - atuantes nas bielas de compressão, enquanto a armadura é responsável por resistir as forças de tração (BOTELHO, 2019). Portanto, deve-se verificar o concreto quanto à sua resistência a compressão segundo seu F_{ck} e o referido carregamento. Considerando que a tensão solicitante deve ser sempre menor que a resistente (EQs. 5 e 6) (BERBERIAN, 2014).

$$\sigma_{Rd2} = 0,27 * \left(\frac{1 - F_{ck}}{250} \right) * F_{cd} \quad \text{Equação 5}$$

$$\sigma_{sd} = \frac{Pt}{U_0 * d} \quad \text{Equação 6}$$

Onde:

σ_{Rd2} = Tensão resistente

σ_{sd} = Tensão solicitante

F_{ck} = Resistência característica do concreto

F_{cd} = Resistência de design do concreto

Pt = carga do pilar + peso da sapata

U_0 = perímetro do pilar

d = altura útil da sapata

⁴ Capacidade de suporte do solo (BERBERIAN, 2015).

Mas para que o método seja usado, há uma obrigatoriedade, onde, a altura útil⁵ do elemento deve ser maior ou igual à dimensão da sapata diminuída da dimensão do pilar dividido por 4 (BASTOS, 2019).

Com a obrigatoriedade do uso da metodologia, a altura útil do elemento deve ser maior ou igual à dimensão da sapata diminuída da dimensão do pilar dividido por 4, é necessário à sua verificação (BASTOS, 2019):

$$d \geq \frac{b - b_0}{4} \quad \text{Equação 7}$$

Onde:

b = dimensão da sapata

b_0 = dimensão do pilar

Tendo em vista que a armadura é responsável por resistir a força de tração exercida no elemento, torna-se necessário calculá-la. A expressão é proporcional a geometria do elemento e o carregamento nele exercido (BASTOS, 2019), que nesse caso é expressa por:

$$T = \frac{P_t \cdot (a - a_0)}{8 \cdot d} \quad \text{Equação 8}$$

Sendo:

T = tração

a = dimensão da sapata

a_0 = dimensão do pilar

Após obtido o valor de tração no elemento é possível calcular a área de aço necessária através da EQ. 9:

$$A_{sd} = \frac{1,61 \cdot T}{F_{YK}} \quad \text{Equação 9}$$

Sendo:

A_{sd} = Área de aço

⁵ Distância entre a face superior da sapata a armadura (BASTOS, 2016).

F_{yk} = Tensão de escoamento do aço

Assim se obtém a taxa de aço (em cm^2) necessária para se combater a tração nos tirantes do elemento.

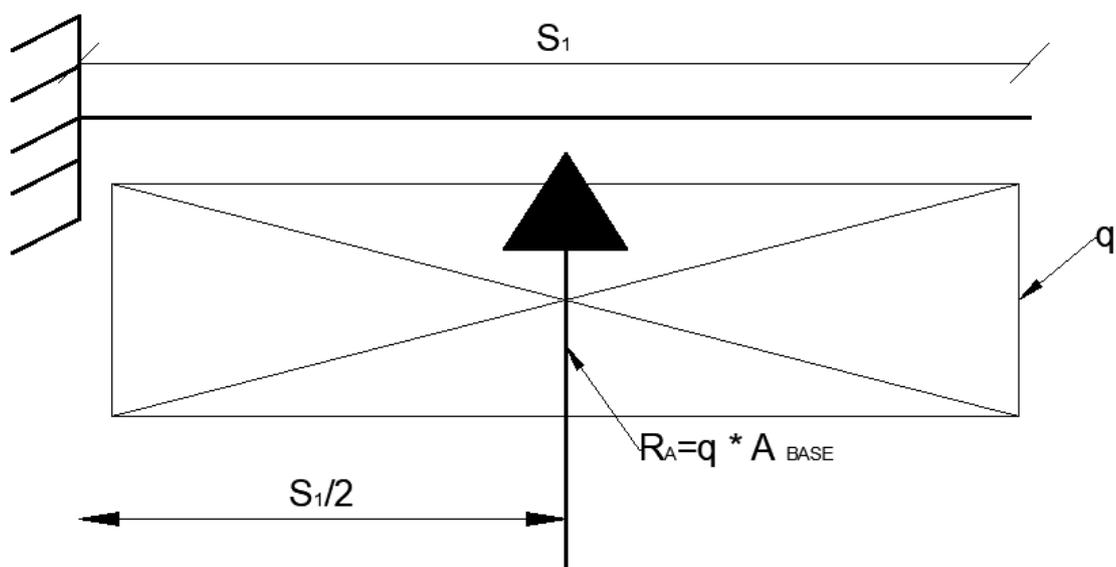
ANEXO B – DIMENSIONAMENTO MÉTODO CEB-70

Para se dimensionar a área de aço necessária através do método do CEB-70 é necessário calcular o momento atuante no elemento.

O momento fletor associado à seção S1, é calculado a partir da resposta do solo à área de base, limitada por S1, conforme mostrado na FIG. 12. Cabe ressaltar que é preciso considerar que o momento fletor mínimo não deve ser inferior a 20% do momento fletor máximo e, em caso afirmativo, utilizam-se 20% do momento fletor máximo para a seção correspondente (BASTOS, 2019). Sendo assim, o momento fletor será calculado em função da tensão sob a sapata.

Tratando-se de uma sapata rígida, segundo Berberian (2015), tem-se uma distribuição de tensões linear e dessa forma a resultante dessa articulação pode ser definida como a área do carregamento ($q \cdot A_{\text{base}}$), multiplicada pela metade da distância de S1 como está representado na FIG. 16.

Figura 16 - Resultante da tensão



Fonte: os autores

Tem-se que:

$$R_A = q * A_{base} \quad \text{Equação 10}$$

Onde:

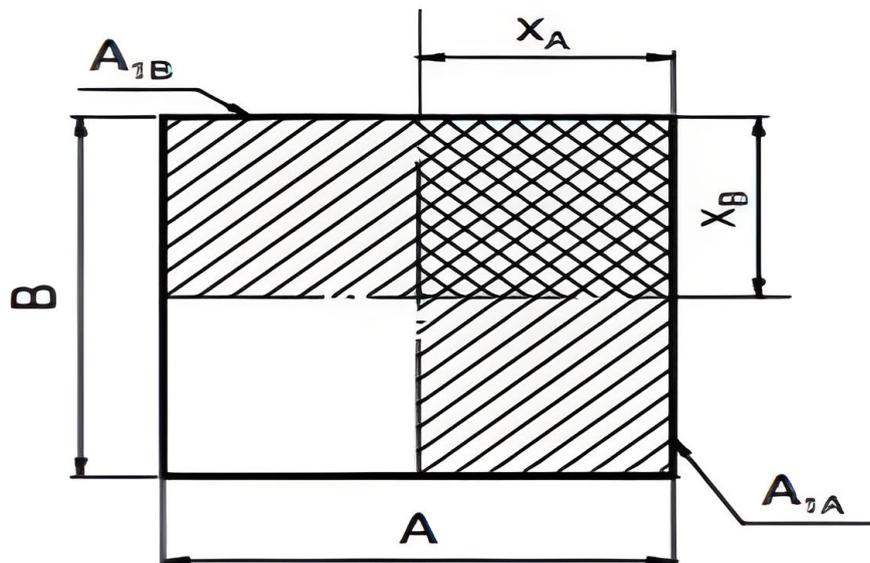
q = tensão admissível do solo

A área da base da seção é definida por:

$$A_{base} = X_A * B \quad \text{Equação 11}$$

Partindo da ideia de que os balanços nas duas direções são os mesmos, é importante ressaltar que a relação A/B deve ser inferior a 2,5 (FIG.17) (SILVA, 2019).

Figura 17 - Relação A/B deve ser menor que 2,5



Fonte: Bastos (2016)

Portanto, substituindo a EQ. 11 em EQ. 10 temos:

$$R_A = q * X_A * B \quad \text{Equação 12}$$

Obtendo assim a reação que o solo exerce na sapata de fundação. É a partir dessa força que se dimensiona a área de aço necessária.

O momento fletor M_A é diretamente proporcional à força de tração e o braço de alavanca exposta na FIG.11 e é definida pela EQ. 13:

$$M_A = F_S * Z \quad \text{Equação 13}$$

Tendo ciência de que a força R_A (EQ. 12) resulta no elemento um momento fletor, define-se esse momento como M_{solo} e que pode ser definido por:

$$M_{\text{solo}} = R_A * \frac{X_A}{2} \quad \text{Equação 14}$$

Onde:

$X_A/2$: representa a distância onde a força está sendo aplicada.

Para haver equilíbrio estático⁶ no elemento é necessário que M_A e M_{solo} sejam iguais (SANTOS, 1984). Portanto, igualam-se as EQs. 13 e 14:

$$\begin{aligned} M_{\text{solo}} &= M_A \\ \therefore M_A &= \frac{q * B * X_A^2}{2} \end{aligned} \quad \text{Equação 15}$$

Entretanto, M_A também pode ser calculada segundo a EQ.13, portanto igualando-se essas duas formulas tem-se:

$$\begin{aligned} F_S * z &= \frac{q * B * X_A^2}{2} \\ \therefore F_S &= \frac{q * B * X_A^2}{2 * z} \end{aligned} \quad \text{Equação 16}$$

Assim, portanto, define-se a força de tração, elemento necessário e primordial para dimensionar a área de aço necessária. A área mínima de aço é definida acerca da força de tração F_s , o coeficiente de majoração e a tensão de escoamento do aço (EQ. 17).

$$A_s = \frac{\gamma_f * F_s}{f_{yd}} \quad \text{Equação 17}$$

Onde:

F_s = força de tração na sapata

γ_f = Coeficiente de majoração do aço

f_{yd} = tensão de escoamento do aço

⁶ Estado em que todas as forças no elemento se anulam (PINHEIRO, 2007).

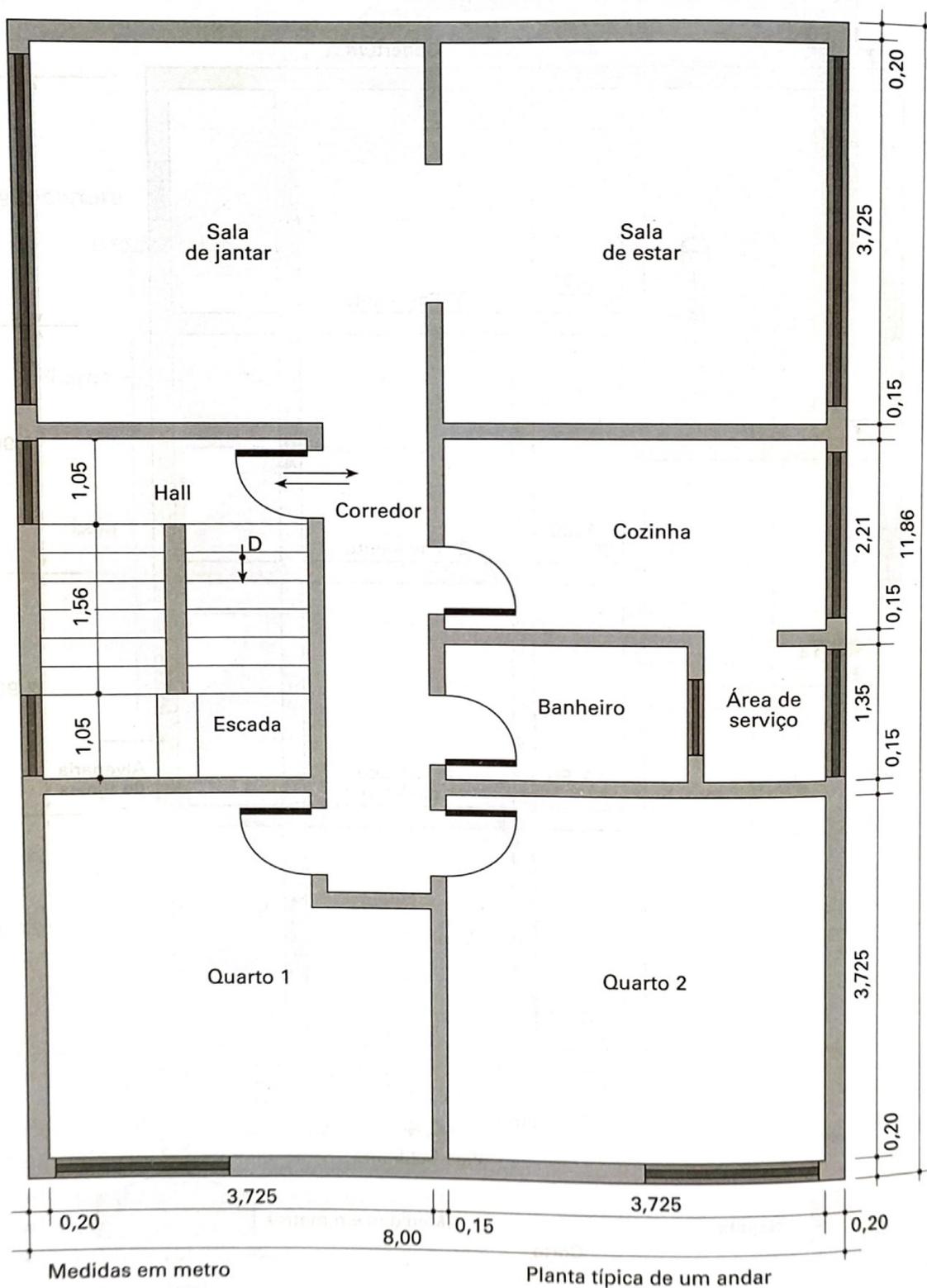
Substituindo então EQ. 16 em EQ. 17 tem-se:

$$A_s = \frac{\gamma_f * q * B * X_A^2}{2 * z * f_y d} \quad \text{Equação 18}$$

Segundo Machado (1985) define-se o braço de alavanca z como $0,85*d$, onde d é a altura útil da sapata (distância entre a armação de aço e o topo da sapata).

ANEXO C – PLANTAS DOS APARTAMENTOS

Figura 18 – Planta do apartamento



Fonte: Botelho (2014)

Figura 19 – Planta de formas

Fonte: Botelho (2014)

