

CENTRO UNIVERSITÁRIO PRESIDENTE ANTÔNIO CARLOS UNIPAC BARBACENA ENGENHARIA CIVIL

LUANA CAROLINE TRINDADE DE OLIVEIRA

# ANÁLISE ELÁSTICA DE SEGUNDA ORDEM EM VIGA-COLUNA DE AÇO COM EXTREMOS INDESLOCÁVEIS

BARBACENA/MG 2022

## LUANA CAROLINE TRINDADE DE OLIVEIRA

## ANÁLISE ELÁSTICA DE SEGUNDA ORDEM EM VIGA-COLUNA DE AÇO COM EXTREMOS INDESLOCÁVEIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil do Centro Universitário Presidente Antônio Carlos – FUPAC, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientadora: MSc. Deysiane Antunes Barroso Damasceno

BARBACENA/MG 2022 OLIVEIRA, Luana C. T. **ANÁLISE ELÁSTICA DE SEGUNDA ORDEM EM VIGA-COLUNA DE AÇO COM EXTREMOS INDESLOCÁVEIS.** Barbacena: 2022. 31 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil), Centro Universitário Presidente Antônio Carlos.

### RESUMO

A análise de segunda ordem se faz necessária em estruturas esbeltas como perfis de aço estando estes suscetíveis a maiores deslocamentos horizontais, esta análise apresenta o comportamento mais próximo do real da estrutura quando submetida a determinada carga. O presente trabalho apresenta a análise estrutural de uma vigacoluna com extremidades indeslocáveis, mais especificamente, na análise elástica com não linearidade geométrica. O estudo foi realizado por meio do método simplificado de amplificação dos esforços, proposto pela NBR 8800:2008, em que o momento solicitante é amplificado pelo coeficiente B1. Este trabalho visou determinar o deslocamento e momento solicitante final nos elementos de vigacolunas, a fim de identificar a ocorrência ou não de influência significativa dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem. Com o desenvolvimento do trabalho, foi possível perceber uma majoração de até 13,40% na carga de momento em relação à carga original, para o perfil submetido à maior carga solicitante e de maior comprimento, considerando o efeito de amplificação de esforços, observou-se também a influência do comprimento do perfil e das cargas solicitantes nos deslocamentos horizontais do elemento estrutural.

**Palavras-chave:** Análise de segunda ordem. Viga-coluna. Efeito P-δ.

### ABSTRACT

The second order analysis is necessary in slender structures such as steel profiles, which are experienced at greater horizontal displacements, this analysis presents the behavior closest to the real structure when it maintained the given load. The present work presents a structural analysis of a column beam with undisplaceable ends, more specifically, in the elastic structure with non-linearity. The study was carried out using the simplified method of amplification of efforts, proposed by NBR 8800:2008, in which the requesting moment is amplified by the B1 coefficient. This work aimed to determine the displacement and final stressing moment in the beam-column elements in order to identify the occurrence or not of significant influence of 2nd order effects. With the development of the work, it was possible to notice an increase of up to 13.40% in the moment load in relation to the original load for the profile subjected to greater requesting load and of greater length, considering the effect of amplification of efforts. it was also observed the influence of the length and the loads applying the horizontal displacements of the structural element.

**Keywords:** Second order analysis. Column beam. P-δ effect.

## 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, diversas pesquisas relacionadas à análise não linear de estruturas, ou análise de segunda ordem, vêm sendo desenvolvidas. Isso porque, com a tendência à verticalização das edificações e o uso de elementos estruturais cada vez mais esbeltos, os deslocamentos e deformações, nessas estruturas, tornam-se mais acentuados. Dessa forma, procura-se desenvolver, aprimorar ou mesmo simplificar os métodos de análise estrutural, sempre com o objetivo de simular o comportamento real da estrutura, de forma que estes comportamentos apresentem, de maneira mais aproximada, os resultados obtidos em ensaios, com modelos físicos. Nesse contexto, podem-se classificar os diferentes tipos de análise estrutural, em especial, a análise de primeira ordem e a análise e segunda ordem (SOUZA, PEREIRA E NARDIM, 2016).

A análise de segunda ordem é de especial importância em estruturas leves e esbeltas, como aquelas em perfis de aço, pois essas estruturas estão suscetíveis a maiores deslocamentos, quando submetidas a cargas de tombamento. A análise de segunda ordem considera o comportamento mais próximo do real na estrutura, diferentemente da análise de primeira ordem que, em casos de estruturas esbeltas, pode divergir bastante do comportamento real da estrutura (SEIXAS LEAL, 2014).

Os efeitos de segunda ordem podem, portanto, influenciar de forma significativa nos esforços obtidos na estrutura modificando, assim, o seu dimensionamento estrutural (TROMBETTA E VALANDRO, 2016). Dessa forma, as normas técnicas sugerem a análise de segunda ordem em casos específicos, ainda que de maneira simplificada, a fim de evitar a negligência desses efeitos. No caso específico das estruturas metálicas, a NBR 8800:2008 apresenta o método de análise estrutural de segunda ordem por meio da amplificação dos esforços solicitantes (NBR 8800:2008).

### 2 OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo Geral

Analisar elementos de viga-coluna com extremos indeslocáveis submetidos à flexocompressão, considerando os efeitos da não linearidade geométrica da estrutura.

## 2.2 Objetivos Específicos

Realizar a análise de segunda ordem do elemento estrutural, sendo ele uma viga-coluna, a fim de demonstrar, através do método simplificado de amplificação dos esforços solicitantes, a influência real do comprimento e das cargas solicitantes nos deslocamentos horizontais do elemento estrutural.

## **3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### 3.1 Tipos de Análise Estrutural

Há de se esclarecer que a análise de primeira ordem se trata de uma análise sobre linearidade geométrica dos elementos ou da estrutura. Esse tipo de análise é permitido pelas normas técnicas, quando os deslocamentos de corpo rígido e as deformações dos elementos, que compõem a estrutura, são extremamente pequenos, podendo-se admitir a hipótese de que a configuração final (deformada) da estrutura é muito semelhante à sua configuração inicial (indeformada) (SEIXAS LEAL, 2014).

Já a análise de segunda ordem, ou não linear geométrica, é feita com base na geometria deformada da estrutura, em que os esforços adicionais provocados pelos deslocamentos globais e as deformações locais dos elementos são considerados na obtenção das equações de equilíbrio da estrutura. A recomendação técnica é de que essa análise deve ser adotada, sempre que os deslocamentos e deformações interferirem, de forma significativa, nos esforços internos da estrutura (ABNT 8800:2008).

Ressalta-se que a não linearidade das estruturas pode, ainda, ser classificada física geométrica. А não linearidade geométrica refere-se à em ou desproporcionalidade entre os esforços aplicados e os deslocamentos gerados por eles, enquanto a não linearidade física refere-se à desproporcionalidade entre a tensão e deformação existentes. Nesses casos, o comportamento do material é elástico não linear, e, portanto, a lei de Hooke<sup>1</sup> para tensões e deformações não é válida. Outras fontes de não linearidade nas estruturas são provocadas por tensões residuais e imperfeições iniciais dos elementos, decorrentes do processo de fabricação, ou não (ANDRADE A. et al., 2010).

De forma geral, PFEIL (2009) e SEIXAS LEAL (2014) classificam os métodos de análise estrutural em (FIG. 1):

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Lei de Hooke é a lei da física que leva ao cálculo da deformação causada pela força aplicada sobre um corpo, esta lei está relacionada à elasticidade de corpos.

a. Análise elástica de 1º ordem: também chamada de análise elástica linear; o equilíbrio é calculado de acordo com a geometria indeformada da estrutura. Nesta análise, o material segue a lei de Hooke.

b. Análise elástica de 2º ordem: esta análise é relacionada à análise não linear geométrica e o material apresenta comportamento elástico linear. Nela é calculado o equilíbrio, considerando a geometria deformada da estrutura.

c. Análise inelástica de 1º ordem: esta análise está relacionada à análise não linear física, em que o equilíbrio é calculado, considerando a geometria indeformada da estrutura. No diagrama de tensão x deformação, essa análise é denominada como análise plástica.

 d. Análise inelástica de 2º ordem: esta análise está relacionada à análise não linear física e geométrica simultaneamente. Essa análise é a que melhor representa o verdadeiro comportamento e resistência da estrutura.





#### 3.2 Efeito P-Δ e P-δ

Quando se trata da análise de um conjunto de elementos de uma estrutura, pode-se introduzir a noção de análise global de estruturas. Por outro lado, quando essa análise leva em conta as deformações individuais dos elementos que a compõem, trata-se de uma análise local. A escolha do método para análise da estabilidade global é feita levando-se em conta, ou não, os efeitos dos deslocamentos iniciais dos nós da estrutura. Quando esses deslocamentos iniciais

FONTE: PFEIL (2009)

são considerados na análise estrutural, trata-se de uma análise de segunda ordem (ou análise não linear geométrica) e, quando não, trata-se de análise de primeira ordem (PFEIL,2009) (FIG. 2).



Figura 02 - Configuração inicial e deformada

A análise não linear geométrica P-Delta considera os efeitos da deslocabilidade horizontal nas estruturas. Esse efeito combina a magnitude da carga axial (P) ao deslocamento horizontal Delta ( $\Delta$ ). De forma geral, dois tipos de efeitos P-Delta podem ser identificados nas estruturas, o efeito P-Delta (P- $\Delta$ ) e P-Deltinha (P- $\delta$ ) (DHAWALW e NARULE, 2016).

Moncayo (2011) afirma que os efeitos decorrentes dos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura são ditos efeitos globais de segunda ordem (P- $\Delta$ ), ou seja, o deslocamento horizontal, considerando a estrutura como um todo, é denominado deslocamento global. Os decorrentes da não retilinidade dos eixos das barras são ditos efeitos locais de segunda ordem (P- $\delta$ ), ou seja, quando considerado o deslocamento de um componente individual da estrutura, é dito que esse deslocamento é local (FIG.3).

Figura 03 – Efeito P-Δ e P-δ

FONTE: Neoipsun (2020)<sup>2</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Disponível em: https://neoipsum.com.br/efeitos-de-2a-ordem/. Acesso em: 25 set. 2022.



Fonte: LLEONART (1995)

#### 3.3 Análise de 2º Ordem em Estruturas de Aço

Nas estruturas de aço, a análise estrutural de segunda ordem é realizada por métodos, que levam em consideração os efeitos resultantes do comportamento não linear desse elemento (LECCHI, 2017). Através da amplificação dos esforços solicitantes, estimam-se os efeitos de não linearidade geométrica. A amplificação dos esforços solicitantes é encontrada com a estrutura em sua posição indeformada ou inicial, ou seja, encontradas por meio da verificação da linearidade geométrica (SEIXAS LEAL, 2014).

De acordo com a NBR 8800:2008, o método simplificado, denominado Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes, aborda de forma aproximada uma análise de segunda ordem, análise esta desenvolvida através de duas análises de primeira ordem e de dois coeficientes de amplificação de esforços, com a finalidade de examinar os efeitos locais e globais. Os coeficientes de amplificação dos esforços utilizados nessa análise são denominados de B1 e B2 (LECCHI, 2017).

De forma breve, os coeficientes B2 e B1 levam em conta a determinação dos efeitos que os deslocamentos causam, tanto na estrutura como um todo, efeito global, (coeficiente B2), quanto em cada uma das barras que a compõem, efeito local (coeficiente B1), respectivamente (SEIXAS LEAL, 2014).

O método para o desenvolvimento da análise não linear geométrica baseada nos coeficientes B1 e B2 é realizada em duas etapas, a classificação da estrutura e a amplificação dos esforços solicitantes. Em relação à classificação, de acordo com a NBR 8800:2008, considerando o coeficiente B2, a estrutura pode ser caracterizada em pequena deslocabilidade (B2≤1,1), média deslocabilidade (B2≤1,4) e grande deslocabilidade (B2>1,4). Quando classificado em pequena deslocabilidade, não se faz necessária a análise de segunda ordem da estrutura, devido à pequena deslocabilidade apresentada por ela, quando exposta a determinado carregamento (SEIXAS LEAL, 2014).

Em estruturas, que apresentem pequena deslocabilidade, os efeitos globais de segunda ordem podem ser desconsiderados, desde que sejam atendidas as seguintes exigências extraídas do item 4.9.7.1.4 da norma (NBR 8800:2008):

 a) as forças axiais solicitantes de cálculo de todas as barras, cuja rigidez à flexão contribua para a estabilidade lateral da estrutura, em cada uma das combinações últimas de ações normais, especiais, de construção e excepcional, não sejam superiores a 50% da força axial, correspondente ao escoamento da seção transversal dessas barras;

b) os efeitos das imperfeições geométricas iniciais sejam adicionados às respectivas combinações, inclusive àquelas em que atuem ações variáveis devidas ao vento;

c) Os efeitos locais de segunda ordem devem ser considerados, amplificando-se os momentos fletores pelo coeficiente B1, com as grandezas que influem no seu valor, obtidas da estrutura original, em todas as barras da estrutura. (NBR 8800:2008, p.28).

Para estruturas de média deslocabilidade, no item 4.9.7.1.2, a NBR 8800:2008 destaca:

Nas estruturas de média deslocabilidade, os efeitos das imperfeições iniciais de material devem ser levados em conta na análise, reduzindo-se a rigidez à flexão e a rigidez axial das barras para 80 % dos valores originais. Nas estruturas de pequena deslocabilidade, esses efeitos não precisam ser considerados na análise. (NBR 8800:2008, p.28)

Em estruturas de grande deslocabilidade, a NBR 8800:2008 determina no item 4.9.7.2 que deve ser feito um estudo criterioso, considerando-se as não linearidades geométricas de material.

### 3.4 Método de Amplificação dos Esforços Solicitantes

A NBR 8800:2008, em seu anexo D.2.2, apresenta a Equação 1 para obtenção do coeficiente B1:

$$B1 = \frac{Cm}{1 - \frac{Nsd1}{Ne}} \ge 1$$
 Equação 1

Em que:

Ne é a força axial que provoca a flambagem elástica por flexão da barra no plano de atuação do momento fletor dada pela Equação 2:

$$Ne = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$
 Equação 2

Sendo KL o comprimento de flambagem por flexão e o módulo de elasticidade longitudinal do material e I é o momento de inércia do eixo de flexão.

NSd1 é a força axial de compressão solicitante de cálculo na barra considerada, em análise de primeira ordem, e Cm é um coeficiente dado pela Equação 3:

$$Cm = 0.06 - 0.04 \times \frac{M1}{M2}$$
 Equação 3

M1/M2 é a relação entre o menor e o maior dos momentos fletores solicitantes de cálculo na estrutura, em seu plano de flexão, nos apoios nas extremidades da barra, sendo essa relação positiva, quando os momentos provocarem curvatura reversa e negativa, quando provocarem curvatura simples.

Em situações em que a força axial solicitante de cálculo na barra for de tração, deve-se adotar B1 igual a 1,0.

A NBR 8800:2008, em seu anexo D.2.3, apresenta a Equação 4 para obtenção do coeficiente B2:

$$B2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{Rs} \times \frac{\Delta h}{h} \times \frac{\sum Nsd}{\sum Hsd}}$$
Equação 4

Em que:  $\sum Nsd$  é carga gravitacional total, englobando carga acidental e cargas permanentes, que atuam no andar considerado; Rs é um coeficiente de ajuste, igual a 0,85 nas estruturas, onde exista contraventamento, nas quais a estabilidade lateral é assegurada pela rigidez à flexão das barras e pela capacidade de transmissão de momentos das ligações e igual a 1,0 para todas as outras estruturas;  $\Delta h$  é o deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior do andar considerado. Quando houver valor de  $\Delta h$  diferente em um mesmo pavimento, considera-se o maior;  $\Sigma$ HSd é a força cortante no pavimento e H é a altura do andar.

#### 3.5 Viga-Coluna

São denominados de viga-coluna os elementos estruturais sujeitos a flexocompressão. Nestes elementos, os esforços de momento fletor e compressão

são significativos e influenciam, de forma considerável, no dimensionamento das peças estruturais. O elemento é considerado viga-coluna, quando exposto a determinada carga e demonstra o comportamento de viga e também coluna (PFEIL, 2009).

Pfeil (2009) afirma que, na prática, não existem cargas perfeitamente centradas, as cargas são aplicadas com determinada excentricidade e as colunas manifestam imperfeições construtivas. Porém, uma coluna pode ser dimensionada, considerando-se compressão centrada, ou seja, com carga teoricamente centrada no eixo da coluna, mas para que isso ocorra é necessário se limitar as tolerâncias apresentadas na norma. O dimensionamento de uma viga coluna é realizado, considerando o momento fletor e o esforço normal, verificando a existência de flambagem, quando a peça está sob efeito das duas solicitações (PFEIL, 2009).

Em colunas, especialmente naquelas sob efeito de flexocompressão, é necessário realizar a análise de segunda ordem. Desconsiderar esta análise pode levar a erros significativos, que afetam a segurança estrutural (FRUCHTENGARTEN e SILVA, 2012).

A esbeltez da peça influencia diretamente na ocorrência de flambagem. Em um perfil curto, sob efeito de flexocompressão, em apenas um plano, normalmente não ocorrerá flambagem, porém, se o perfil for esbelto e possuir contenção lateral apenas no plano perpendicular ao da flexão, pode ocorrer flambagem no modo de coluna (PFEIL,2009).

### 3.5.1 Viga-Coluna com Extremos Indeslocáveis

PFEIL (2009) afirma que, viga coluna com extremos indeslocáveis, refere-se ao caso apresentado na Figura 4, em que a viga coluna, com extremo indeslocável, sofre a ação de compressão e momento fletor, resultando em uma deflexão lateral  $\delta t$ .

As vigas-colunas são caracterizadas com extremos indeslocáveis, quando as mesmas forem rígidas e/ou possuírem apoios rígidos, de forma que seu deslocamento seja no centro do elemento e não em seu apoio (PFEIL,2009).

Figura 04 - Deslocamento em viga-coluna com extremos

indeslocáveis



FONTE: NBR 8800/2008

Submetida à ação desses esforços, a viga-coluna apresenta uma deflexão inicial no meio do vão, determinada pela Equação 5 (PFEIL,2009):

i

$$=\frac{ML^2}{8EI}$$
Equação 5

O momento máximo (M<sub>máx</sub>), que provoca a deflexão máxima no centro do elemento estrutural, é obtido pela amplificação do momento primário (momento inicial ou Mi), por meio do coeficiente B1 (Equação 6). O momento máximo obtido desta forma pode ser aplicado, admitindo-se uma variação senoidal do momento de segunda ordem, ao longo do comprimento da viga-coluna e também em situações, em que a viga-coluna apresente momentos extremos diferentes e, também, quando existirem cargas transversais aplicadas (PFEIL,2009).

$$Mmáx = Mi \times B1$$
 Equação 6

### 4 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho envolveu pesquisa bibliográfica e modelagem da estrutura, por meio do uso de software de análise estrutural. A revisão bibliográfica serviu de embasamento para o amplo entendimento do tema em estudo, bem como referência para a realização e validação dos resultados.

Foi estudado o comportamento estrutural de um perfil metálico W 200 x 35,9 (H) da GERDAU, com área de 45,7cm<sup>2</sup> em aço A36, MR250, cujos dados da seção geométrica estão no Anexo A, submetido a flexocompressão simples, em torno do eixo de maior inércia. A viga-coluna possui extremos indeslocáveis, conforme FIG. 5. Foi estudada a influência do comprimento do perfil, bem como do acréscimo de carga nos efeitos de 2ª ordem do elemento. Para isso, as seguintes alturas e cargas foram consideradas: 2, 2.5, 3, 3.5 e 4 metros, 400KN, 450KN e 500KN. Cada comprimento do perfil foi avaliado para os diferentes valores de carga citados. Em todos os perfis, a carga de compressão normal foi aplicada com uma excentricidade de 60 mm, paralela ao eixo de menor inércia<sup>3</sup>, a fim de produzir o efeito de flexão no pilar (FIG. 5).

Figura 05 – Viga-coluna com extremos indeslocáveis



Na análise estrutural elástica de 2ª ordem dos perfis, foi utilizado o método simplificado da amplificação dos esforços por meio dos coeficientes B1 e B2, conforme a NBR 8800:2008. Neste trabalho, a estrutura foi classificada, conforme descrito no item 3.3 e pela Equação 4. Os momentos máximos solicitantes de cálculo foram obtidos pelo produto do momento inicial e o coeficiente B1, conforme descrito no item 3.5.1.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Momento de inércia de um corpo/objeto em relação a um eixo é a propriedade do objeto que o leva a suportar uma variação em sua velocidade vetorial angular em relação ao eixo. Quanto maior for o momento de inércia, maior será a dificuldade de girá-lo ou alterar sua rotação.

Para obtenção dos resultados deste trabalho, foram utilizados os mesmos procedimentos de análise estrutural apresentados no capítulo 7.3, do livro "Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008 (8º edição)". No capítulo citado, são abordados métodos e equações baseadas na NBR 8800:2008, onde é possível compreender e analisar os efeitos de segunda ordem, em perfis de viga-coluna com extremos indeslocáveis.

Utilizou-se o Software Ftool para obtenção dos diagramas de esforços solicitantes e deformações transversais, necessários no estudo. A confiabilidade dos resultados foi atestada, comparando-se as soluções analíticas, conforme a NBR 8800:2008, e os resultados apresentados pelo programa.

Vale ressaltar que, o objetivo deste estudo não é analisar a resistência do perfil, mas sim, os efeitos de 2ª ordem. Apesar disso, a resistência a flexocompressão do caso mais crítico (carga máxima e comprimento máximo) foi verificada, a fim de identificar o regime de trabalho dos perfis.

## **5 RESULTADOS**

Por se tratar de um perfil com extremidades indeslocáveis, não foi necessário calcular os efeitos globais, visto que eles ocorrem apenas em perfis que sofrem deslocamentos horizontais em seus nós, sendo realizada, então, a análise local.

#### 5.4 Resistência e Regime Elástico

Todos os perfis foram verificados, quanto à resistência à flexocompressão e todos se apresentaram satisfatórios para resistir aos esforços solicitantes, dentro do regime elástico, na análise de 1ª ordem (Apêndice A).

Foi verificado que o perfil, em situação mais crítica, estava sujeito à tensão 197,13 MPa e, portanto, ele e os demais perfis permaneceram no regime elástico, quando sujeitos às cargas aplicadas.

#### 5.5 Verificação da Esbeltez

Todos os perfis foram verificados quanto ao índice de esbeltez<sup>4</sup>. O perfil com maior índice de esbeltez apresentou uma esbeltez de 46,12 (Apêndice D), sendo

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Índice de esbeltez é um parâmetro que avalia o quanto um perfil está suscetível em relação ao efeito de flambagem

classificado como perfil esbelto. Em norma o perfil esbelto possui um índice de esbeltez entre 40 e 90, passando desde valor já se classifica como muito esbelto.

# 5.6 Classificação da Estrutura e Amplificação dos Esforços Solicitantes Pelo Coeficiente B1

Por se tratar de uma estrutura, que não possui deslocamento em suas extremidades, classifica-se como estrutura de pequena deslocabilidade. De acordo com a NBR 8800:2008, para estruturas deste modelo não se faz necessária análise de segunda ordem. Mas, mesmo que essa análise não seja exigida, os efeitos de segunda ordem foram verificados, através da amplificação do momento, pelo coeficiente B1.

Todas as deformações encontradas de forma analítica foram confirmadas através da análise realizada no Software Ftool; os diagramas de cada perfil com suas respectivas cargas estão apresentados no Apêndice C.

A análise de 1<sup>a</sup> ordem foi realizada a título de comparação. Os resultados obtidos para o momento e deformação máxima dos perfis são apresentados para os diferentes comprimentos e cargas, estudados nas tabelas 1.A, 1.B e 1.C, os momentos máximos foram obtidos diretamente do Ftool e as deformações máximas através da Equação 5 (Apêndice C). Também são apresentados na tabela, os valores de deslocamento máximo que o perfil resiste em serviço considerando ser vigas de cobertura (Apêndice F).

Os resultados obtidos na análise de 2ª ordem, considerando os diferentes comprimentos estudados, são apresentados nas tabelas nas tabelas 2.A, 2.B e 2.C. O valor de B1 foi obtido através da Equação 1, os deslocamentos de segunda ordem obtidos através da Equação 5 e os momentos máximos amplificados pelo coeficiente B1 foram obtidos diretamente do Ftool.

ANÁLISE DE PRIMEIRA ORDEM							
COMPRIMENTO (m)	M1 (N.m)	M2 (N.m)	Mmáx (KN.m)	DESLOCAMENTO MÁXIMO (mm)	DEFORMAÇÃO RESISTENTE DO PERFIL (mm)		
2	24000	24000	24	1,75	8		
2,5	24000	24000	24	2,73	10		
3	24000	24000	24	3,93	12		
3,5	24000	24000	24	5,35	14		
4	24000	24000	24	6,98	16		
				for (2022)			

TABELA 1.A - Análise de primeira ordem para carga de 400 kN. ANÁLISE DE PRIMEIRA ORDEM

FONTE: Autor (2022)

TABELA 2.A - Análise de segunda ordem para carga de 400 kN.

ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM							
COMPRIMENTO		B1 M1 M2		Mmáx	DESLOCAMENTO		
(m)	B1		(N m)	(NLm)	(KN.m	DE SEGUNDA	
(111)		ADOTADO	(11.111)	(11.111)	)	ORDEM (mm)	
2	1,024	1,02	24579,68	24579,68	24,58	1,79	
2,5	1,038	1,04	24918,22	24918,22	24,92	2,83	
3	1,056	1,06	25344,88	25344,88	25,34	4,15	
3,5	1,078	1,08	25868,34	25868,34	25,87	5,76	
4	1,104	1,10	26499,85	26499,85	26,50	7,71	
			ONITE Auto	~ (2022)			

FONTE: Autor (2022)

TABELA 1.B - Análise de primeira ordem para carga de 450 kN.

ANÀLISE DE PRIMEIRA ORDEM							
COMPRIMENTO (m)	M1 (N.m)	M2 (N.m)	Mmáx (KN.m)	DESLOCAMENTO MÁXIMO (mm)	DEFORMAÇÃO RESISTENTE DO PERFIL (mm)		
2	27000	27000	27	1,96	8		
2,5	27000	27000	27	3,07	10		
3	27000	27000	27	4,42	12		
3,5	27000	27000	27	6,01	14		
4	27000	27000	27	7,86	16		

FONTE: Autor (2022)

ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM						
COMPRIMENTO (m)	B1	B1 ADOTADO	M1 (N.m)	M2 (N.m)	Mmáx (KN.m)	DESLOCAMENTO DE SEGUNDA ORDEM (mm)
2	1,027	1,03	27735,88	27735,88	27,74	1,96
2,5	1,043	1,04	28167,71	28167,71	28,17	3,07
3	1,063	1,06	28714,12	28714,12	28,71	4,42
3,5	1,088	1,09	29387,85	29387,85	29,39	6,01
4	1,119	1,12	30205,61	30205,61	30,21	7,86
FONTE: Autor (2022)						

TABELA 2.B - Análise de segunda ordem para carga de 450 kN.

TABELA 1.C - Análise de primeira ordem para carga de 500 kN.

ANÁLISE DE PRIMEIRA ORDEM							
COMPRIMENTO	M1	M2	M2 Mmáx DESLOCAMENTO		DEFORMAÇÃO RESISTENTE DO		
(m)	(N.m)	(N.m)	(KN.m)	MÁXIMO (mm)	PERFIL (mm)		
2	30000	30000	30	2,18	8		
2,5	30000	30000	30	'3,41	10		
3	30000	30000	30	4,91	12		
3,5	30000	30000	30	6,68	14		
4	30000	30000	30	8,73	16		

FONTE: Autor (2022)

TABELA 2.C - Análise de segunda ordem para carga de 500 kN.

ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM							
COMPRIMENTO (m)	B1	B1 ADOTADO	M1 (N)	M2 (N)	Mmáx (KN)	DESLOCAMENTO DE SEGUNDA ORDEM (mm)	
2	1,030	1,03	30911,25	30911,25	30,91	2,25	
2,5	1,048	1,05	31448,58	31448,58	31,45	3,57	
3	1,071	1,07	32131,23	32131,23	32,13	5,26	
3,5	1,099	1,10	32977,22	32977,22	32,98	7,35	
4	1,134	1,13	34010,45	34010,45	34,01	9,90	
FONTE: Autor (2022)							

Através da análise das tabelas apresentadas anteriormente, foi possível observar que houve um aumento nos esforços de momento fletor, em comparação à análise de primeira ordem. Para o perfil de maior comprimento com a maior carga

aplicada, houve um aumento na solicitação do momento de 13,37%, para o menor perfil, quando submetido à maior carga aplicada, houve um aumento de 3,03%. Observa-se que, para todos os casos analisados, houve um aumento considerável nos momentos solicitantes.

Após a obtenção dos momentos amplificados, foi realizada a análise do efeito de carregamento combinado das barras submetidas a flexocompressão. Para esta análise o perfil de 4,0 metros não atendeu ao solicitado, quando submetido à carga aplicada de 500KN. Para as forças de momento fletores iniciais, todos os perfis atenderam ao solicitado (Apêndice E).

A seguir, no Gráfico 1, é apresentada a combinação dos perfis, quanto à deformação provocada pelo momento amplificado e comprimento. Nele é possível perceber que, para um mesmo comprimento, quanto maior a carga aplicada, maior será a deformação e quanto maior o comprimento, maior, também, será a deformação. Isso acontece, devido ao aumento da esbeltez do perfil, conforme a Equação 2. A deflexão é, de fato, dependente de ambos os parâmetros, com maior influência do comprimento do perfil. Logo, o perfil com maior comprimento tende a apresentar uma deformação maior, por se tratar de um perfil mais esbelto.



#### GRÁFICO 1 – DESLOCAMENTO X COMPRIMENTO

No gráfico 2 é possível observar a influência da carga de compressão e do comprimento do perfil nos valores dos momentos amplificados, isso se deve a carga axial de flambagem elástica e a carga de compressão que se relacionam com o coeficiente B1 por meio das Equações 1 e 2. Nota-se, porém, que a carga de compressão exerce influência mais expressiva que o comprimento.



#### GRÁFICO 2 – MOMENTO MÁXIMO X COMPRIMENTO

FONTE: Autor (2022)

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observou-se, com este estudo, que a análise de segunda ordem é de suma importância, especialmente em estruturas esbeltas, por levar a deslocamentos e solicitações maiores, quando se compara à análise de 1<sup>ª</sup> ordem. Além disso, permite prever o comportamento da estrutura mais próximo do real.

Para todos os perfis, quando aplicadado a maior carga solicitante, já com o momento amplificado, identificou-se que a tensão de escoamento do aço não ultrapassou o limite estabelecido em norma (Apêndice C). Sendo assim, os perfis analisados mantém-se dentro do regime elástico, após a amplificação do momento fletor.

Embora as estruturas estudadas se enquadrem como de pequena deslocabilidade e, por isso, a amplificação dos esforços, considerando o efeito B1, não fosse exigida por norma, nota-se que, para os perfis mais solicitados houve um aumento de 10,42% a 13,37% na carga de momento e um acréscimo de 10,45% a

15,85% no deslocamento final do perfil. Mesmo não havendo exigência de amplificação, é possivel realizá-la para encontrar, de forma mais coerente e segura, o deslocamento e momento fletor real, que ocorrerá na estrutura, quando submetida à determinada solicitação.

Por fim, identificou-se que o comprimento interfere nos deslocamentos horizontais do elemento estrutural, isso ocorre pelo fato de que o comprimento está diretamente ligado a esbeltez do perfil e quanto mais esbelto ele for, maior será o deslocamento horizontal, porém as cargas de compressão solicitantes possuem uma influência mais expressiva por se relacionar diretamente com o coeficiente B1 que amplifica o momento máximo e consequentemente aumenta o deslocamento horizontal. Mas apesar da carga de compressão solicitante ser mais influente neste deslocamento, o momento máximo solicitante também contribui de forma significativa no deslocamento horizontal do elemento estrutural.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ANDRADE A. et al. ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE PÓRTICOS PLANOS VIA MÉTODO ANALÍTICO FORM, CONSIDERANDO A NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA. Mecánica Computacional Vol XXIX, págs. 8869-8880 (2010). Disponível em: <a href="https://amcaonline.org.ar/ojs/index.php/mc/article/view/3641/3554">https://amcaonline.org.ar/ojs/index.php/mc/article/view/3641/3554</a>>. Acesso em: 04 out. 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estrutura de aço e de estruturas mistas e concreto de edifícios. Rio de Janeiro. 2008.

DE SOUZA, A. S. C; PEREIRA, M. F; NARDIN, S. D. **Análise Inelástica de Segunda Ordem em Pórticos de Aço**. REEC – Revista Eletrônica de Engenharia Civil, vol.12, n.13: 17-30, Jun./ Dez., 2016. Disponível em: <https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/15849/2/ Danilo\_Menezes\_Santos.pdf>Acesso em: 15 set. 2022.

DHAWALW, P. J; Prof. NARULE, G. N. **ANALYSIS OF P-DELTA EFFECT ON HIGH RISE BUILDINGS**. International Journal of Engineering Research and General Science Volume 4, Issue 4, July-August, 2016. Disponível em: <http://www.pnrsolution.org/Datacenter/Vol4/Issue4/13.pdf>. Acesso em: 12 out. 2022.

FRUCHTENGARTEN, J. SILVA, V. **DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE AÇO Apostila para a disciplina PEF 2402 – ESTRUTURAS METÁLICAS E DE MADEIRA**. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Escola Politécnica da USP. São Paulo, fevereiro de 2012. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/346698/mod\_resource/content/1/Dimension amento%20de%20Estruturas%20de%20A%C3%A7o%20-%20Apostila%20do%20cu rso%20PEF2402.pdf>. Acesso em: 24 set. 2022.

LECCHI, L. Comparação entre os procedimentos para verificação da estabilidade global prescritos pelas normas de projeto de estruturas de aço e de concreto armado. IBRACON, 2017. Disponível em: <https://d1wqtxts1xzle 7.cloudfront.net/55127318/59CBC0666-autor-artigo\_ibracon\_-with-cover-pagev2.p df?Expires=1662518741&Signature=By1TkETDKksoL5xpQGJudaqIIPYP39ZoGi88Z Vpy~BGIKMEhMToLRMWjXESoFEiBL0PUoEwDO3ufS2OXTuOYuwRTE~MITXO9fe hHxvomQ2MVqoCtrs7OqvRE0Iw46xVbHMh8SIQYJ7dLmPkwu~3beX0TbTZQfK3Yw v1ouHaZXZKUhlla93gksxtvfYtBjTZOXaWqf3IKRDoQdVVdnu~4zB6Cg6JnC2Co4MK Ek9qaGJ0i~ZWCOPjzRA3KmXL6Fxm5ejtP1MibOi6EKfljWgpMYId6X~PhHfoQwdJrn 9gHA9yNAynUVyt6DxirsgZO2CADf7CvIgISxzgxxtJSzanLQ&Key-PairId=APKAJLOH F5GGSLRBV4ZA>. Acesso em: 06 set. 2022.

LLEONART, J. **PORTICOS METÁLICOS: CRITERIOS DE CALCULO**. Informes de la Construcción, Vol. 47, n° 437, mayo/junio 1995 Disponível em: <a href="https://doi.org/10.3989/ic.1995.v47.i437.1072">https://doi.org/10.3989/ic.1995.v47.i437.1072</a>. Acesso em: 24 set. 2022.

MONCAYO, W. Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em de Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011. Disponível em:

<a href="http://web.set.eesc.usp.br/static/media/producao/2011ME\_WinstonJuniorZumaetaM">http://web.set.eesc.usp.br/static/media/producao/2011ME\_WinstonJuniorZumaetaM</a> oncayo.pdf>. Acesso em: 06 out. 2022.

PFEIL, Walter; PFEIL, Michele. **Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008**. 8º edição. Rio de Janeiro: LCT – Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, 2009.

SEIXAS, L. Análise elástica dos efeitos da não linearidade geométrica em estruturas de aço. Universidade de São Paulo, 2014. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3144/tde-14122014-161038/publico/DIS S SEIXAS LEAL.pdf>. Acesso em: 07 set. 2022.

Silva V. Tipos de análise. ResearchGate. Disponível em:

<a href="https://www.researchgate.n.et/figure/Figura-Erro-Nenhum-texto-com-o-estilo-especificado-foi-encontrado-no-doc umento1-Tipos\_fig1\_280882273>">https://www.researchgate.n.et/figure/Figura-Erro-Nenhum-texto-com-o-estilo-especificado-foi-encontrado-no-doc umento1-Tipos\_fig1\_280882273>">https://www.researchgate.n.et/figure/Figura-Erro-Nenhum-texto-com-o-estilo-especificado-foi-encontrado-no-doc umento1-Tipos\_fig1\_280882273>">https://www.researchgate.n.et/figure/Figura-Erro-Nenhum-texto-com-o-estilo-especificado-foi-encontrado-no-doc umento1-Tipos\_fig1\_280882273>">https://www.researchgate.n.et/figure/Figura-Erro-Nenhum-texto-com-o-estilo-especificado-foi-encontrado-no-doc umento1-Tipos\_fig1\_280882273>">https://www.researchgate.n.et/figure/Figura-Erro-Nenhum-texto-com-o-estilo-especificado-foi-encontrado-no-doc umento1-Tipos\_fig1\_280882273>">https://www.researchgate.ne</a>

TROMBETTA, D. VALANDRO, A. **ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFÍCIOS – APLICAÇÃO DO PARÂMETRO DE INSTABILIDADE α E PROCESSO P-DELTA.** Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2016. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/14308/1/PB\_COECI\_2016103.pdf.>. Acesso em: 24 set.

## APÊNDICE – A

Através da Equação A.1, dada pela NBR 8800:2008, definiu-se o índice esbeltez da alma ( $\lambda alma$ ), no valor de 29,19. Utilizando-se a Equação A.2, apresentada na NBR 8800:2008, encontrou-se, para o índice de esbeltez da mesa ( $\lambda mesa$ ), o valor de 8,08.

$$\lambda \operatorname{alma} = \frac{\mathrm{hw}}{\mathrm{tw}}$$
 Equação A.1

$$\lambda \text{ mesa} = \frac{\text{bf}/2}{\text{tf}}$$
 Equação A.2

Encontrou-se, para o parâmetro de esbeltez, limite para seções compactas da alma (Equação A.3) e da mesa (Equação A.4), respectivamente, 106,35 e 10,75.

$$\lambda p alma = 3,76 \times \sqrt{\frac{E}{fy}}$$
 Equação A.3

$$\lambda p \text{ mesa} = 0.38 \times \sqrt{\frac{E}{fy}}$$
 Equação A.4

Como  $\lambda$  alma >  $\lambda$ p alma e  $\lambda$  mesa <  $\lambda$ p mesa não ocorre flambagem no perfil.

Resistência à compressão dos perfis:

Comprimento (m)	Nex	$\lambda^0$	x	Ncrd (KN)	Nsd (KN)
2	34614112,6	0,1816776	0,914099467	949,417	
2,5	22153032	0,2270971	0,869065029	902,643	
3	15384050	0,2725165	0,817024868	848,592	500
3,5	11302567,4	0,3179359	0,759525673	788,871	
4	8653528,14	0,3633553	0,698190319	725,166	

Para verificação, quanto ao momento solicitante, utilizando a Equação A.5, dada pela NBR 8800:2008, encontrou-se, para a resistência ao momento, o valor de 87,05KN.

$$Mrd = \frac{Mpl}{\gamma a 1}$$
 Equação A.5

Sendo Mpl:

$$Mpl = (Wx \times 1,12) \times fy \times 10^{-3}$$
Equação A6

# **APÊNDICE - B**

Verificação, quanto ao regime elástico, para o momento fletor inicial:

			500 KN	
L (m)	M (KNm)	Ν	Tensão normal	Coeficiente de
		(KN)	(Mpa)	Elasticidade (Mpa)
2	30,00	500	197,13	
2,5	30,00	500	197,13	
3	30,00	500	197,13	250
3,5	30,00	500	197,13	
4	30,00	500	197,13	
		F	ONTE: Autor (2022)	

Verificação, quanto ao regime elástico, com momento fletor amplificado:

			500 KN	
L (m)	M (KNm)	Ν	Tensão normal	Coeficiente de
		(KN)	(Мра)	Elasticidade (Mpa)
2	30,91	500	199,80	
2,5	31,45	500	201,37	
3	32,13	500	203,36	250
3,5	32,98	500	205,84	
4	34,01	500	208,86	
		F	ONTE: Autor (2022)	

TABELA B.2 – Verificação de Regime Elástico com Momento Fletor Amplificado

# APÊNDICE – C

Perfis com carga axial de 400KN e momento fletor de 24kNm, para análise de primeira ordem:



Figura C.1a - Esquema Estático

Deformação resultante da carga aplicada:





FONTE: Ftool (2022)

Perfil com carga axial de 450KN e momento fletor de 27kNm, para análise de primeira ordem:





Deformação resultante da carga aplicada:





Perfil com carga axial de 500KN e momento fletor de 30kNm, para análise de primeira ordem:





Deformação resultante da carga aplicada, para análise de primeira ordem:

Figura C.3b - Deslocamento horizontal









DX = 8.73

FONTE: Ftool (2022)

# APÊNDICE – D

Verificação quanto ao índice de esbeltez:

TADELA D. I – ITUICE de Espeilez					
ESBELTE	Z				
2m	23,06				
2,5m	28,83				
3 m	34,59				
3,5m	40,36				
4m	46,12				
FONTE: Autor (2022)					

TABELAD1 - Índice de Esheltez

Sendo 46,12<200, portanto atende ao exigido em norma.

# **APÊNDICE - E**

PFEIL (2009) apresenta, para análise de efeito de carregamento combinado em barras submetidas a flexocompressão, a seguinte equação:

$$\frac{N}{Ncrd} + \frac{B1 \times MI}{Mrd} \le 1$$
 Equação E.1

Nas tabelas E.1 e E.2 é apresentado os valores análise de efeito de carregamento combinado para os perfis analisados:

Darras Gubinelidas a riexocompressao					
ANÁLISE DO EFEITO DE CARREGAMENTO INICIAL COMBINADO					
Comprimento (m)	400KN	450KN	500KN		
2	0,697	0,784	0,871		
2,5	0,719	0,809	0,899		
3	0,747	0,840	0,934		
3,5	0,783	0,881	0,978		
4	0,827	0,931	1,034		
FON	TE: Autor (2022)	)			

TABELA E.1 – Análise de Efeito de Carregamento Inicial Combinado em Barras Submetidas a Flexocompressão

TABELA E.2 – Análise de Efeito de Carregamento Amplificado Combinado em Barras Submetidas a Flexocompressão

ANÁLISE DO EFEITO DE CARREGAMENTO AMPLIFICADO COMBINADO					
Comprimento (m)	400KN	450KN	500KN		
2	0,704	0,793	0,882		
2,5	0,729	0,822	0,915		
3	0,763	0,860	0,958		
3,5	0,804	0,908	1,013		
4	0,856	0,968	1,080		
FON	TE: Autor (2022)	)			

,

De acordo com a NBR 8800:2008, o deslocamento máximo resistente para uma viga de cobertura é dado pela seguinte equação:

<u>L</u> 250 Equação F.1

Sendo L o comprimento do vão da viga.

## Dados do perfil utilizado:

		bf	ESPES	SURA	A h d'		ď	EIXO X-X			EIXO Y-Y		
BITOLA	d (mm)	(mm )	tw (mm)	tf (mm)	(mm )	a Área (mm (cm²)	lx ( cm <sup>4</sup> )	Wx	rx	ly (cm4 )	Wy	ry	
W 200 x 35,9 (H)	201	165	6,2	10,2	181	161	45,7	3,43 7	342	8,6 7	764	92, 6	4,09
	1			F(	ONTE:	Catálo	qo GEF	RDAU					

FONTE: Catálogo	GERDAL
-----------------	--------